



## Διαγωνισμός Bebras - Ελλάδα

Διεθνής Μαθητικός Διαγωνισμός Πληροφορικής και Υπολογιστικής  
Σκέψης «Κάστορας» - Bebras GR

Βιβλίο Λύσεων 2025-2026

## Πίνακας Θεμάτων

Όνομα	Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν. -Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
<a href="#">Συννεφιασμένη μέρα</a>						
<a href="#">Εργοστάσιο σχημάτων</a>						
<a href="#">Φωτισμός φεστιβάλ</a>						
<a href="#">Βίδρες</a>						
<a href="#">Κατασκευή ρομπότ</a>						
<a href="#">Ομορφες ζωγραφιές</a>						
<a href="#">Τα φρούτα της βασίλισσας</a>						
<a href="#">Αγώνας καστόρων</a>						
<a href="#">Ταξινόμηση ψαριών</a>						
<a href="#">Γυρίζοντας σπίτι</a>						
<a href="#">Οδηγίες κατασκευής</a>						
<a href="#">Αεροπλάνα</a>						
<a href="#">Κυκλικό τραπέζι</a>						
<a href="#">Ζωγραφική με άμμο</a>						
<a href="#">Αποφεύγοντας τα σύννεφα</a>						
<a href="#">Φουσκωτές κουλούρες</a>						
<a href="#">Επίσκεψη στη γιαγιά</a>						
<a href="#">Δάθος ακολουθία</a>						
<a href="#">Νεροσουλήθρα</a>						
<a href="#">Φανταστική μηχανή</a>						
<a href="#">Βαζάκια με καραμέλες</a>						
<a href="#">Λίστες δέντρων</a>						
<a href="#">Γλώσσα καστόρων</a>						
<a href="#">Προγραμματισμός μεταφορών</a>						
<a href="#">Μαγικά νησιά</a>						
<a href="#">Μηχανή ταξινόμησης μήλων</a>						
<a href="#">Χαλασμένο ψηφίο</a>						
<a href="#">Μέσα μεταφοράς</a>						
<a href="#">Αναπαράσταση αριθμών</a>						
<a href="#">Ακολουθία τετραγώνων</a>						
<a href="#">Γλάστρες λουλουδιών</a>						
<a href="#">Κυνηγός θησαυρού</a>						
<a href="#">Πέτρα ψαλίδι χαρτί</a>						
<a href="#">Πρόληψη πλημμύρας</a>						

Εύκολο | 
  Μέτριο | 
  Δύσκολο

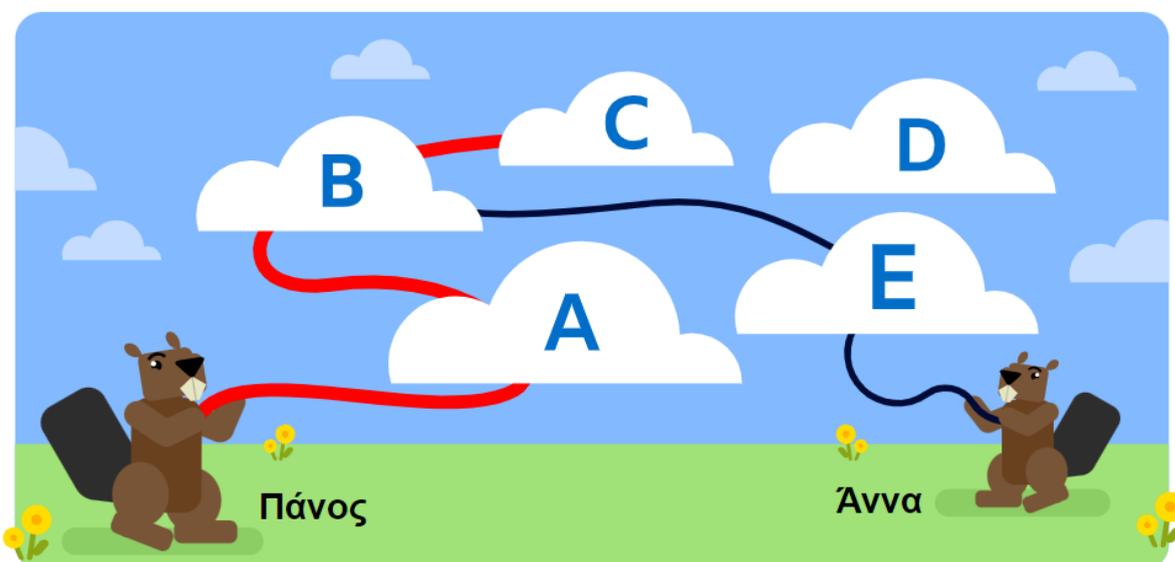
Συννεφιασμένη μέρα					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
Εύκολο	-	-	-	-	-
Ελλάδα					

### Εκφώνηση:

Δύο κάστορες ο Πάνος και η Άννα πετούν τους χαρταετούς τους.

Κάθε χαρταετός είναι δεμένος στην άκρη ενός σχοινού.

Οι χαρταετοί τους μπορεί να είναι κρυμμένοι πίσω από σύννεφα.



Άσκηση:

Πάτα πάνω στο σύννεφο που κρύβει τον χαρταετό του Πάνου και αποθήκευσε την επιλογή σου.

**Λύση:**

Η σωστή απάντηση είναι το σύννεφο C.

Όταν ακολουθούμε το σχοινί του χαρταετού του Πάνου, παρατηρούμε ότι καταλήγει πίσω από το σύννεφο C. Γνωρίζουμε ότι ο χαρταετός είναι πίσω από το σύννεφο που καταλήγει το σχοινί του Πάνου, οπότε δεν μπορεί να είναι το σύννεφο D γιατί δεν το φτάνει κανένα σχοινί.

Τα σύννεφα A και B επίσης δεν μπορούν να είναι σωστά, επειδή το σχοινί του Πάνου φαίνεται ότι περνάει από αυτά και φεύγει, οπότε ο χαρταετός είναι κάπου αλλού.

Τέλος, δεν μπορεί να είναι το σύννεφο E γιατί μόνο το σχοινί του χαρταετού της Άννας περνάει από αυτό.

### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Αυτή η άσκηση χρησιμοποιεί κυρίως αφαίρεση, καθώς οι μαθητές πρέπει να απλοποιήσουν την πολυπλοκότητα της εικόνας του σχοινού-συννέφου σε μία διαδρομή που συνδέει τον κάθε κάστορα με τον χαρταετό του. Χρησιμοποιεί επίσης αναγνώριση προτύπων, καθώς οι μαθητές/τριες πρέπει να αναγνωρίσουν τις κατευθύνσεις των γραμμών και τα τελικά τους σημεία για να εντοπίσουν τον σωστό χαρταετό.

Αυτή η άσκηση εισάγει την έννοια των γράφων, μία θεμελιώδη έννοια στην επιστήμη των υπολογιστών όπου σημεία (κόμβοι) αναπαριστούν οντότητες και οι γραμμές (ακμές) αναπαριστούν τις συνδέσεις. Αυτή η αφαίρεση χρησιμοποιείται σε διάφορα συστήματα, όπως στη δρομολόγηση δικτύου (network routing), στη πλοήγηση σε χάρτη (map navigation) και στην διάσχιση δομών δεδομένων (data structure traversal). Χαρτογραφώντας στοιχεία από τον πραγματικό κόσμο, όπως σχοινιά και σύννεφα σε ένα μοντέλο γράφου, οι μαθητές/τριες μαθαίνουν πώς πολύπλοκα προβλήματα μπορούν να επιλυθούν με αλγορίθμους βασισμένους σε γράφους.

Εργοστάσιο Σχημάτων					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
Εύκολο	-	-	-	-	-
Ισλανδία					

### Εκφώνηση:

Στο εργοστάσιο των σχημάτων, μία μηχανή εκτυπώνει μία σειρά από τέσσερα σχήματα ξανά και ξανά, με την ίδια σειρά.

Όμως, έγινε κάποιο λάθος και η μηχανή σταμάτησε να λειτουργεί.

Ερώτηση:

Ποιο σχήμα πηγαίνει εκεί που είναι το ερωτηματικό;

Σύρε το σχήμα στο ερωτηματικό και αποθήκευσε την επιλογή σου.



### Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι ο κύκλος .

Μας δίνεται ότι η μηχανή επαναλαμβάνει πάντα τα τέσσερα σχήματα, με την ίδια σειρά:

Τετράγωνο  → Κύκλος  → Τρίγωνο  → Αστέρι 

και πηγαίνει πάλι στο τετράγωνο . Επειδή το τελευταίο σχήμα στην ερώτηση είναι το

τετράγωνο , το επόμενο πρέπει να είναι κύκλος .

Το τετράγωνο  είναι λανθασμένη απάντηση γιατί είναι πάντα μετά το αστέρι .

Το τρίγωνο  είναι λανθασμένη απάντηση γιατί είναι πάντα μετά τον κύκλο .

Το αστέρι  είναι επίσης λανθασμένη απάντηση γιατί είναι πάντα μετά το τρίγωνο .

### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Αυτή η άσκηση χρησιμοποιεί αναγνώριση προτύπων (pattern recognition), καθώς οι μαθητές πρέπει να αναγνωρίσουν την σταθερή ακολουθία που παράγεται από την μηχανή.

Λαμβάνοντας υπόψη αυτή την επανάληψη, μπορούν να προβλέψουν το επόμενο σχήμα στην ακολουθία. Η άσκηση αυτή επίσης χρησιμοποιεί λογική (logical reasoning), καθώς οι μαθητές βρίσκουν το ζητούμενο σχήμα, με βάση την σταθερή του θέση στην ακολουθία. Παρόλο που είναι απλή, αυτή η επανάληψη καθιστά βάση για μία πιο περίπλοκη αλγοριθμική σκέψη, η οποία εμφανίζεται σε βρόχους και επαναληπτικές δομές.

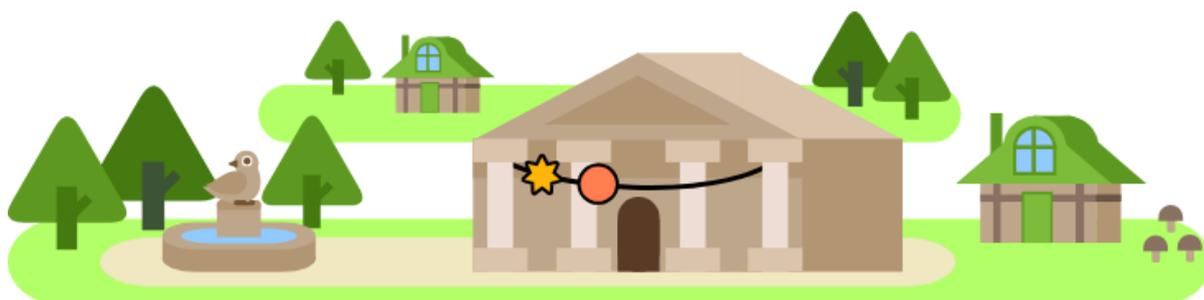
Αυτή η άσκηση εισάγει την έννοια των βρόχων (loops) στον προγραμματισμό, όπου μία ακολουθία από εντολές επαναλαμβάνεται κυκλικά. Μοντελοποιεί τον τρόπο με τον οποίο ένα πρόγραμμα με μία σταθερή ακολουθία από εντολές παράγει έξοδο με ένα προβλέψιμο και επαναλαμβανόμενο μοτίβο. Η μηχανή χρησιμοποιείται σαν μία μεταφορά ενός υπολογιστή που εκτελεί έναν επαναλαμβανόμενο βρόχο, ενισχύοντας την κατανόηση της διαδοχικής ροής ελέγχου και σειράς εντολών σε βασικές προγραμματιστικές δομές.

Φωτισμός φεστιβάλ					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
Εύκολο	-	-	-	-	-
Ηνωμένο Βασίλειο					

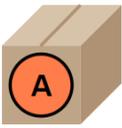
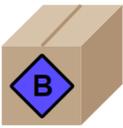
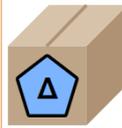
### Εκφώνηση:

Η πόλη του Bebras διακοσμείται για ένα φεστιβάλ! Κάθε μέρα προστίθεται ένα νέο φως στο δημαρχείο.

Η αλυσίδα από τα φώτα ξεκινάει από τα αριστερά (όπως φαίνεται στην εικόνα) και νέα φώτα προστίθενται στα δεξιά.

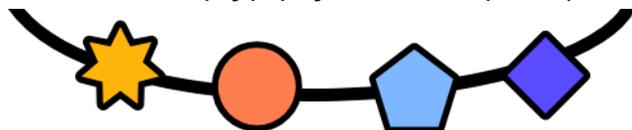


Τα φώτα έχουν διαφορετικά σχήματα και αποθηκεύονται σε κουτιά που είναι σημειωμένα με γράμματα, όπως φαίνεται παρακάτω:

			
Κουτί Α	Κουτί Β	Κουτί C	Κουτί D

Ερώτηση:

Μετά από τέσσερις μέρες, οι αλυσίδα με τα φώτα είναι αυτή.



Με ποια σειρά ανοίχτηκαν τα κουτιά;

ΑΓΒΔ	ΓΒΔΑ	ΓΑΔΒ	ΔΑΓΒ
------	------	------	------

Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι: ΓΑΔΒ

Το πρώτο φως που προστίθεται είναι το αστέρι. Αποθηκεύεται στο κουτί Γ.

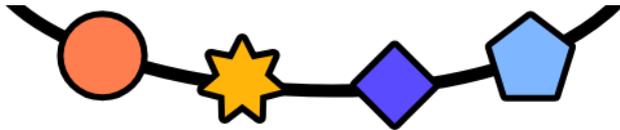
Το δεύτερο φως που προστίθεται είναι ο κύκλος. Αποθηκεύεται στο κουτί Α.

Το τρίτο φως που προστίθεται είναι το πεντάγωνο. Αποθηκεύεται στο κουτί Δ.

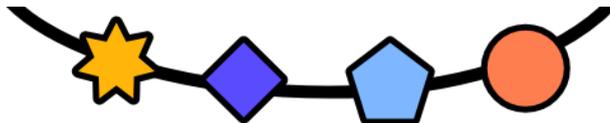
Τέλος, προστίθεται ο ρόμβος. Αποθηκεύεται στο κουτί Β.

Όλες οι άλλες επιλογές θα τοποθετήσουν τα φώτα σε λάθος σειρά.

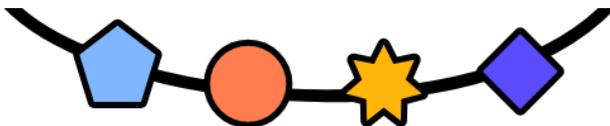
ΑΓΒΔ – μαζεύοντας τα φώτα με αυτή τη σειρά, προκύπτει το ακόλουθο:



ΓΒΔΑ – μαζεύοντας τα φώτα με αυτή τη σειρά, προκύπτει το ακόλουθο:



ΔΑΓΒ – μαζεύοντας τα φώτα με αυτή τη σειρά, προκύπτει το ακόλουθο:



### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Αυτή η άσκηση καλλιεργεί την ικανότητα της αφαίρεσης, καθώς απαιτεί από τους μαθητές/τριες να φιλτράρουν τα ανεπιθύμητα στοιχεία της ιστορίας και να επικεντρωθούν σε κρίσιμες λεπτομέρειες: τα σχήματα και τις ταμπέλες των κουτιών. Η αξιολόγηση είναι επίσης απαραίτητη ώστε να ελέγξουν αν η σειρά από τα φώτα ταιριάζει με το οπτικό αποτέλεσμα που δίνεται στην άσκηση. Η λογική επιτρέπει στους μαθητές/τριες να αποφασίσουν ποια σειρά κουτιών κατασκευάζει σωστά την ακολουθία των διακοσμήσεων.

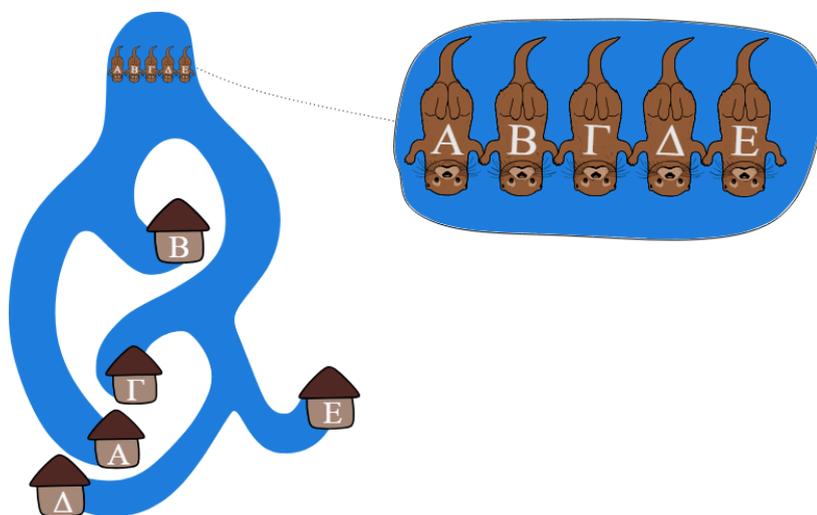
Στον προγραμματισμό, η έννοια της ακολουθίας αναφέρεται σε μία διατεταγμένη σειρά από εντολές ή διεργασίες μέσα σε ένα πρόγραμμα ή έναν αλγόριθμο. Επιτρέπει να ορίζεται μία συγκεκριμένη σειρά με την οποία εκτελούνται αυτές οι εντολές, η μία μετά την άλλη, για να προκύψει ένα επιθυμητό αποτέλεσμα. Αυτή είναι μία θεμελιώδης έννοια στον προγραμματισμό και στον σχεδιασμό αλγορίθμων.

Βίδρες					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
Εύκολο	Εύκολο	-	-	-	-
Σλοβακία					

### Εκφώνηση:

Πέντε βίδρες κολυμπούν στο ποτάμι, κρατώντας η μία το χέρι της άλλης. Σε κάθε παρακλάδι του ποταμού, δύο βίδρες ακριβώς σταματούν να κρατάνε χέρια μεταξύ τους, οπότε χωρίζονται σε δύο ομάδες. Κάθε ομάδα κολυμπάει σε διαφορετικό μέρος του ποταμού.

Κάθε βίδα έχει το δικό της σπίτι, το οποίο έχει ίδιο γράμμα με εκείνη. Όλες οι βίδρες θέλουν να φτάσουν σπίτι τους.



Ερώτηση:

Ποιες δύο βίδρες πρέπει να σταματήσουν να κρατάνε χέρια στο πρώτο παρακλάδι του ποταμού;

Η βίδα Α και η βίδα Β

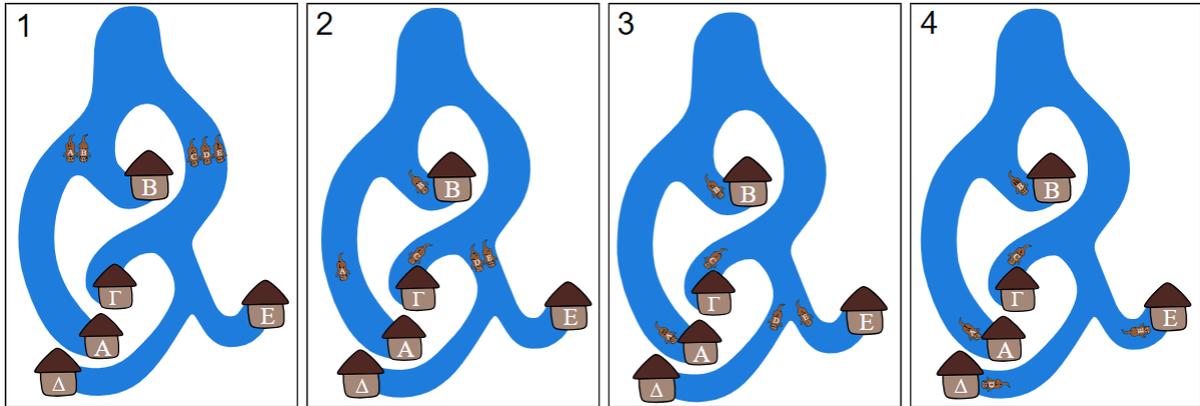
Η βίδα Β και η βίδα Γ

Η βίδα Γ και η βίδα Δ

Η βίδα Δ και η βίδα Ε

### Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι Β) Η βίδα Β και η βίδα Γ. Έτσι, οι βίδρες Γ, Δ και Ε θα κολυμπήσουν στο δεξί παρακλάδι του ποταμού, ενώ οι βίδρες Α και Β θα κολυμπήσουν στο αριστερό παρακλάδι του ποταμού.



Η απάντηση Α) Η βίδα Α και η βίδα Β δεν είναι σωστή, επειδή έτσι η βίδα Β δεν θα έφτανε στο σπίτι της.

Η απάντηση Γ) Η βίδα Γ και η βίδα Δ δεν είναι σωστή, επειδή έτσι η βίδα Γ δεν θα έφτανε στο σπίτι της.

Η απάντηση Δ) Η βίδα Δ και η βίδα Ε δεν είναι σωστή, επειδή έτσι η βίδρες Γ και Δ δεν θα έφταναν στο σπίτι τους.

### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

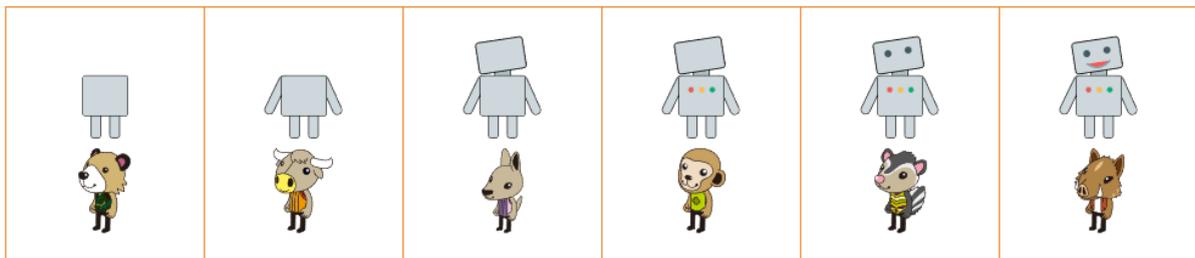
Σε αυτή την άσκηση μπορείς να δεις κάτι που οι επιστήμονες υπολογιστών ονομάζουν «γράφημα» (graph) – πιο συγκεκριμένα, έναν ειδικό τύπο γραφήματος που ονομάζεται «δέντρο». Το ποτάμι εδώ είναι ένα δέντρο! Στην επιστήμη των υπολογιστών, ένα δέντρο έχει διάφορους «κόμβους» (nodes).

Κάθε διακλάδωση στο ποτάμι είναι ένας κόμβος, και τα σπίτια από τις βίδρες είναι επίσης κόμβοι. Επειδή το ποτάμι δεν συνεχίζει μετά από τα σπίτια (δεν υπάρχουν άλλα μονοπάτια), τα σπίτια είναι ειδικοί κόμβοι που ονομάζονται «φύλλα» (leaves).

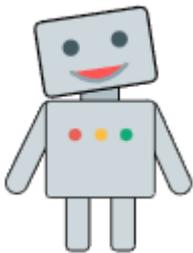
Κατασκευή ρομπότ					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
Μέτριο	Εύκολο	-	-	-	-
Καναδάς					

### Εκφώνηση:

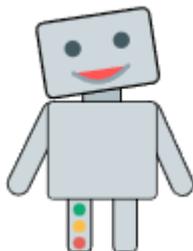
Έξι ζώακι δουλεύουν σε μία σειρά κατασκευής ρομπότ για να φτιάξουν παιχνίδια ρομπότ. Κάθε ζώακι έχει αναλάβει διαφορετική δουλειά σύμφωνα την σειρά που φαίνεται παρακάτω:



Στο τέλος της σειράς κατασκευής τα παιχνίδια ρομπότ θα έπρεπε να φαίνονται ως εξής:



Όμως, τα παιχνίδια ρομπότ είναι έτσι:



### Ερώτηση:

Ποιο ζώακι δεν κάνει σωστά την δουλειά του;



## Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι η μαϊμού:



Το παιχνίδι ρομπότ θα έπρεπε να έχει τρία κουμπιά στο σώμα του, αλλά αντί για αυτό έχει τρία κουμπιά στο πόδι του. Αυτό σημαίνει ότι τα κουμπιά δεν έχουν τοποθετηθεί σωστά, το οποίο είναι η δουλειά της μαϊμούς.

## Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Σε αυτή την άσκηση, η γραμμή συναρμολόγησης δεν έφτιαξε τα παιχνίδια όπως περιμέναμε. Αυτό μοιάζει με ένα πρόγραμμα υπολογιστή που βγάζει ένα αποτέλεσμα που δεν περιμέναμε. Όταν συμβαίνει αυτό, οι προγραμματιστές υπολογιστών πρέπει να κοιτάξουν ξανά όλα τα βήματα που ακολουθεί το πρόγραμμά τους, για να βρουν πού ακριβώς γίνεται το λάθος. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται «εκσφαλμάτωση» (debugging).

Όταν κάτι δεν δουλεύει όπως θα έπρεπε, όπως η συναρμολόγηση αυτού του ρομπότ, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την υπολογιστική σκέψη για να καταλάβουμε τι πήγε στραβά:

Χωρίζουμε το πρόβλημα: κοιτάμε κάθε μέρος του ρομπότ ξεχωριστά.

Ακολουθούμε τις οδηγίες: ελέγχουμε τι έπρεπε να κάνει το κάθε ζώο.

Συγκρίνουμε: βλέπουμε πώς θα έπρεπε να φαίνεται το ρομπότ και πώς είναι στην πραγματικότητα.

Βρίσκουμε το λάθος: ανακαλύπτουμε ποιος έκανε κάτι λάθος.

Αυτός ο τρόπος σκέψης μάς βοηθάει να λύνουμε προβλήματα σαν πραγματικοί προγραμματιστές!

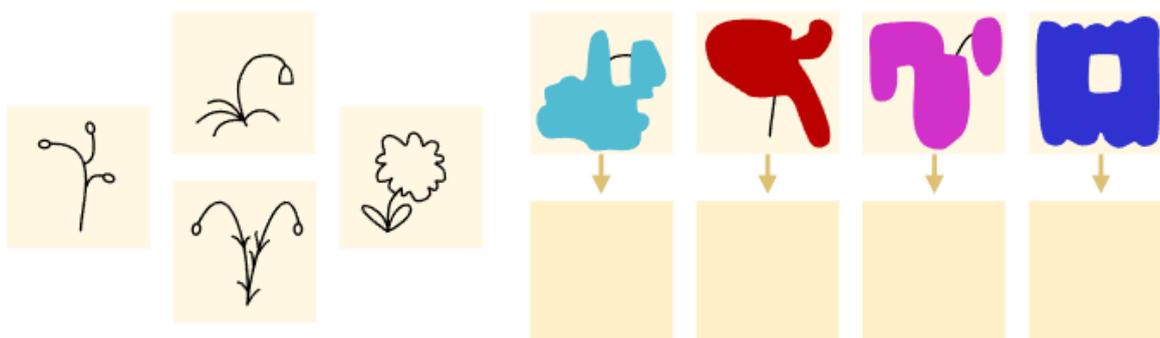
Όμορφες ζωγραφιές					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
Μέτριο	-	-	-	-	-
Γερμανία					

### Εκφώνηση:

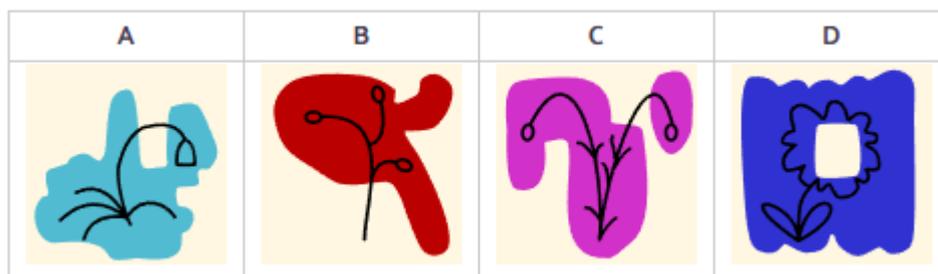
Ο Φίλιππος έχει ζωγραφίσει κάποια φυτά. Η μικρή του αδερφή, η Ελένη, βρήκε αυτές τις ζωγραφιές και τις χρωμάτισε για να είναι πιο όμορφες αλλά ξέφυγε από τις γραμμές και τα φυτά δεν φαίνονται καλά. Ταίριαξε τις αρχικές ζωγραφιές του Φίλιππου με αυτές που δημιούργησε η Ελένη.

### Άσκηση:

Σύρε κάθε αρχική ζωγραφιά κάτω από την χρωματισμένη έκδοση της και αποθήκευσε την απάντησή σου.



### Λύση:



Η εικόνα δείχνει την σωστή απάντηση. Για να βρούμε τη σωστή λύση, συγκρίνουμε:

1. τις μαύρες γραμμές της καινούργιας ζωγραφιάς με τις γραμμές της αρχικής ζωγραφιάς.
2. τις άσπρες περιοχές της καινούργιας ζωγραφιάς με αυτές της αρχικής ζωγραφιάς.

### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Η επίλυση αυτής της άσκησης απαιτεί την ικανότητα της αφαίρεσης. Οι μαθητές/τριες πρέπει να αγνοήσουν τα μη ουσιώδη στοιχεία όπως τις πιτσιλιές της μπογιάς ή τα χρώματα, και αντί αυτού να εστιάσουν σε σημαντικά χαρακτηριστικά, όπως είναι τα σχήματα των γραμμών και οι λευκές περιοχές. Εφαρμόζοντας την διάσπαση, οι μαθητές/τριες μπορούν να χωρίσουν το πρόβλημα σε τέσσερα μικρότερα τμήματα - επαναλαμβάνοντας την αναγνώριση μιας μόνο εικόνας - διευκολύνοντας έτσι την επίλυση της άσκησης. Υιοθετώντας μία συστημική προσέγγιση και αναγνωρίζοντας μία μία τις εικόνες τη φορά, μειώνεται το μέγεθος του προβλήματος.

Οι συντηρητές τέχνης στα μουσεία στοχεύουν στην αποκατάσταση κατεστραμμένων έργων τέχνης στην αρχική τους μορφή. Η δουλειά τους συχνά περιλαμβάνει το να αναζητούν αντίστοιχες αναφορές από άλλες πηγές για να ανακατασκευάσουν με ακρίβεια το αρχικό έργο. Στην επιστήμη των υπολογιστών, οι τεχνικές της ψηφιακής αποκατάστασης χρησιμοποιούνται για να παράγουν εντελώς καινούργιες εικόνες, μέσω προηγμένων συστημάτων, που είναι γνωστά ως μοντέλα διάχυσης. Αυτά τα μοντέλα είναι εκπαιδευμένα χρησιμοποιώντας τεχνικές της μηχανικής μάθησης σε ένα σε μία μεγάλη βάση δεδομένων από εικόνες, επιτρέποντας την δημιουργία ολοκαίνουργων εικόνων.

Τα φρούτα της βασίλισσας					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
Μέτριο	Εύκολο	-	-	-	-
Αυστραλία					

### Εκφώνηση:

Πέντε κάστορες έρχονται να προσφέρουν στη Βασίλισσα καλάθια με φρούτα: μήλα, μπανάνες και αχλάδια. Κάθε καλάθι έχει 8 φρούτα.

Τα μήλα είναι το αγαπημένο φρούτο της Βασίλισσας. Η Βασίλισσα θα δει τους κάστορες με σειρά, ξεκινώντας από τον κάστορα που έχει τα περισσότερα μήλα μέχρι τον κάστορα που έχει τα λιγότερα. Αν δύο καλάθια έχουν ίδιο αριθμό μήλων, η Βασίλισσα θα δει πρώτα τον κάστορα που έχει τις περισσότερες μπανάνες.

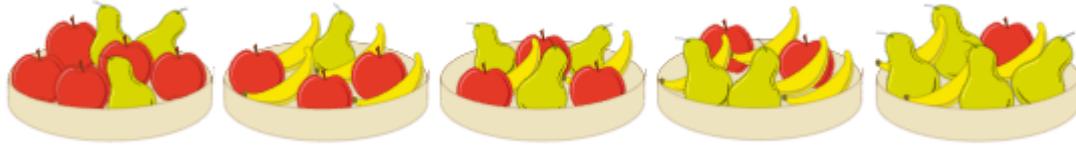
Ερώτηση:

Πέντε κάστορες φτάνουν με τα ακόλουθα καλάθια. Με ποια σειρά θα δει η Βασίλισσα τους κάστορες;



### Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι η ακόλουθη (Επιλογή Α):



Αρχικά, σημειώνουμε τα καλάθια από Α έως Ε, από τα αριστερά προς τα δεξιά. Στη συνέχεια, μετράμε το πλήθος των μήλων σε κάθε καλάθι. Το καλάθι Α έχει 3 μήλα, το καλάθι Β έχει 5 μήλα, το Γ έχει 2 μήλα, το Δ έχει 3 μήλα και το Ε έχει 1 μήλο. Εφόσον η Βασίλισσα θα δει τους χωρικούς με σειρά, από εκείνους με καλάθια που περιέχουν τα περισσότερα έως τα λιγότερα μήλα, θα δει πρώτα τον χωρικό με το καλάθι Β. Εφόσον τα καλάθια Α και Δ έχουν 3 μήλα το καθένα, θα κοιτάξουμε πόσες μπανάνες υπάρχουν σε αυτά. Το καλάθι Α έχει 2 μπανάνες και το καλάθι Δ έχει 4 μπανάνες, οπότε η Βασίλισσα θα δει αμέσως μετά τον χωρικό με το καλάθι Δ, και έπειτα τον χωρικό με το καλάθι Α. Απομένουν τα καλάθια Γ και Ε. Άρα, στη συνέχεια, η Βασίλισσα θα δει στον χωρικό με το καλάθι Γ, και μετά τον χωρικό με το καλάθι Ε. Συνεπώς, η Βασίλισσα θα δει τους χωρικούς που έχουν καλάθια με σειρά Β, Δ, Α, Γ, Ε.

### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Η ταξινόμηση (sorting) είναι μια πολύ συνηθισμένη διαδικασία στον προγραμματισμό, που χρησιμοποιείται για να βάζουμε λίστες με αντικείμενα στη σειρά. Αυτή η άσκηση έχει να κάνει ακριβώς με το πώς ταξινομούμε συλλογές.

Όταν ταξινομούμε αριθμούς, η αξία του καθενός είναι προφανής (π.χ. το 5 είναι μεγαλύτερο από το 2). Όμως, όταν ταξινομούμε ομάδες (όπως τα καλάθια), πρέπει πρώτα να αποφασίσουμε ποια είναι η "αξία" της κάθε ομάδας. Σε αυτή την περίπτωση, η αξία κάθε καλάθιού καθορίζεται από το πόσα μήλα έχει μέσα (και έπειτα από τις μπανάνες, αν υπάρχει ισοπαλία).

Στον προγραμματισμό, αυτό ονομάζεται «ταξινόμηση με κλειδί» (sorting with a key). Το "κλειδί" καθορίζει πώς θα συγκρίνουμε τα αντικείμενα μεταξύ τους. Εδώ, το αρχικό μας κλειδί είναι ο αριθμός των μήλων.

Ένα άλλο παράδειγμα ταξινόμησης με πολλά κλειδιά είναι οι βιβλιοθήκες: έχουν διαδρόμους με βιβλία της ίδιας κατηγορίας (πρώτο κλειδί), και τα βιβλία σε κάθε διάδρομο είναι ταξινομημένα με αλφαβητική σειρά ανάλογα με το όνομα του συγγραφέα (δεύτερο κλειδί). Έτσι, ο βιβλιοθηκάριος βρίσκει πρώτα τον σωστό διάδρομο και μετά το σωστό ράφι για να βάλει το βιβλίο.

Αγώνας καστόρων					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
Δύσκολο	Εύκολο	-	-	-	-
Κροατία					

### Εκφώνηση:

Πέντε κάστορες τρέχουν, ο ένας πίσω από τον άλλο, από τα δεξιά προς τα αριστερά. Κάθε κάστορας φοράει ένα καπέλο με διαφορετικό σύμβολο. Μετά το πρώτο λεπτό του αγώνα, η σειρά των καστόρων (1-5) είναι όπως φαίνεται στην εικόνα:

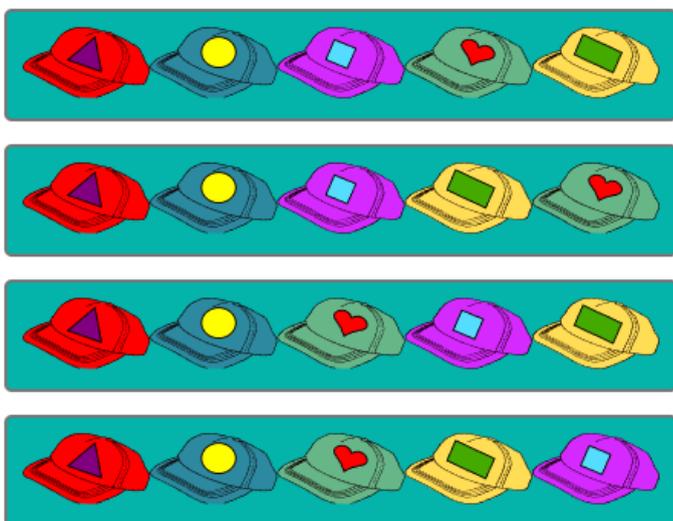


Κατά την διάρκεια του αγώνα έγιναν οι παρακάτω αλλαγές στις θέσεις των καστόρων:

- 1) Ο κάστορας με το καπέλο με το μπλε τετράγωνο προχώρησε δύο θέσεις μπροστά.
- 2) Μετά ο κάστορας με το καπέλο με το πράσινο ορθογώνιο προχώρησε μία θέση μπροστά.
- 3) Τέλος, ο κάστορας με το καπέλο με την κόκκινη καρδιά προχώρησε δύο θέσεις μπροστά.

Ερώτηση:

Ποια είναι η σειρά των καστόρων στο τέλος του αγώνα;



**Λύση:**

Η σωστή απάντηση είναι:

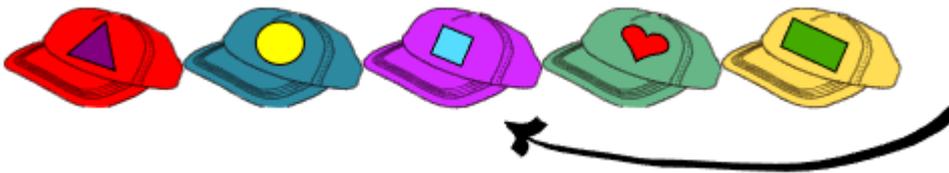


Ας δούμε βήμα βήμα την σειρά των καστόρων. Τα βέλη δείχνουν την κίνηση κάθε κάστορα (από πού έως πού κινείται) και καταλήγουν στην τρέχουσα θέση του.

Μετά το πρώτο λεπτό του αγώνα, η σειρά είναι:



Μετά το βήμα 1:



Μετά το βήμα 2:



Μετά το βήμα 3 (Τελικό Βήμα):



**Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Σε αυτή την άσκηση χρησιμοποιούμε σημαντικές έννοιες της υπολογιστικής σκέψης:

- Αφαίρεση (Abstraction): Απλοποιούμε το πρόβλημα. Αντί να δίνουμε σημασία στα ατομικά χαρακτηριστικά κάθε κάστορα, εστιάζουμε μόνο στη σειρά τους — αυτή είναι μια πολύ βασική απλοποίηση στην υπολογιστική σκέψη.
- Αποσύνθεση (Decomposition): Χωρίζουμε το πρόβλημα σε μικρότερα κομμάτια αναλύοντας κάθε οδηγία ξεχωριστά: πρώτα κινείται ένας κάστορας, μετά ένας άλλος, και ούτω καθεξής.
- Αλγοριθμική ροή (Algorithmic flow): Αυτές οι αλλαγές γίνονται με τη σειρά (διαδοχικά), ακριβώς όπως λειτουργεί ένας αλγόριθμος. Αντί να απαιτείται κάποια πολύπλοκη λογική, η άσκηση μας μαθαίνει να εκτελούμε τα βήματα με ακρίβεια, κάτι που βοηθά να κατανοήσουμε πώς δουλεύουν τα προγράμματα.
- Προσομοίωση και Μοντελοποίηση (Simulation and modeling): Τέλος, το να αναπαριστούμε τους κάστορες χρησιμοποιώντας απλά σύμβολα στα καπέλα, βοηθά τους μαθητές να φτιάξουν ένα οπτικό μοντέλο στο μυαλό τους. Έτσι καταλαβαίνουν πιο εύκολα πώς μικρές αλλαγές επηρεάζουν ολόκληρη την ομάδα.

Ταξινόμηση ψαριών					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
Δύσκολο	-	-	-	-	-
Ολλανδία					

### Εκφώνηση:

Ένας κάστορας είναι στο ενυδρείο και φτιάχνει μία λίστα από όλα τα ψάρια.

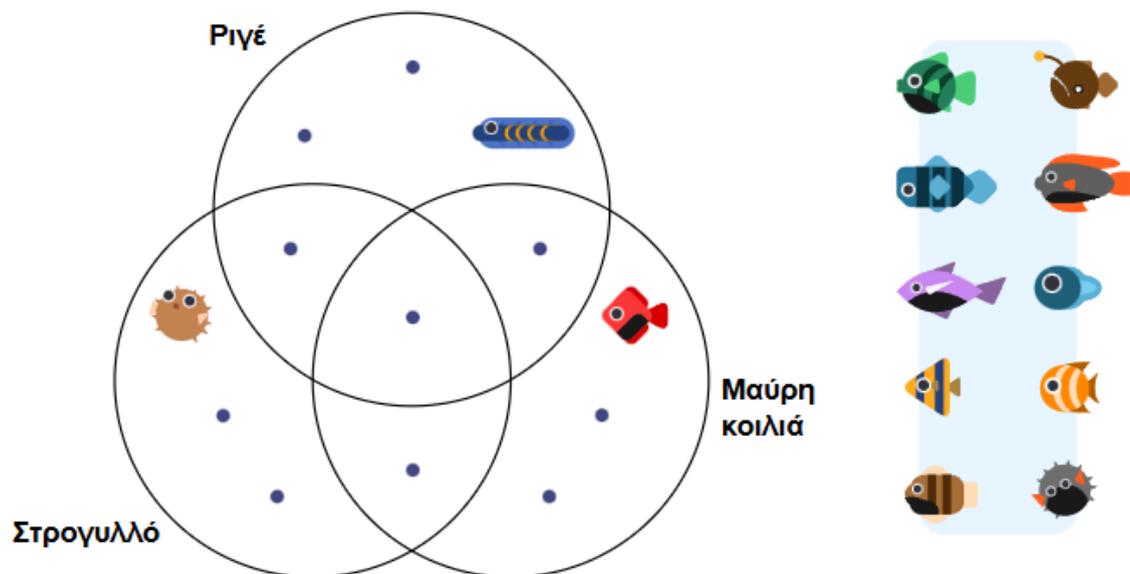
Θέλει να ταξινομήσει τα ψάρια σε τρεις κατηγορίες:

- Τα στρογγυλά ψάρια,
- Τα ριγέ ψάρια,
- Τα ψάρια με μαύρες κοιλιές.

Κάποια ψάρια μπορούν να μπουν σε περισσότερες από μία κατηγορίες. Μπορείς να βοηθήσεις τον κάστορα να τελειώσει το διάγραμμα του;

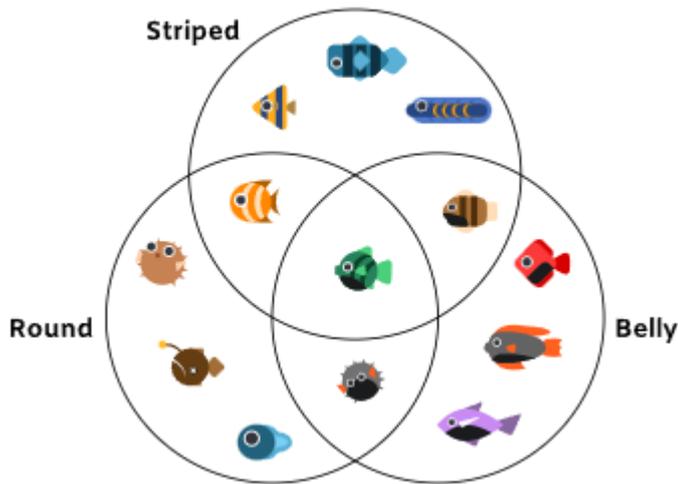
### Άσκηση:

Σείρε τα ψάρια στα σωστά σημεία στο διάγραμμα.



### Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι η εξής:



Ένα ψάρι ταιριάζει και στις τρεις κατηγορίες. Είναι στρογγυλό και έχει ρίγες και μαύρη κοιλιά:



Υπάρχουν επίσης ψάρια που ταιριάζουν σε δύο κατηγορίες. Αυτό είναι στρογγυλό και ριγέ:



Αυτό έχει ρίγες και μαύρη κοιλιά:



Αυτό είναι στρογγυλό και έχει και μαύρη κοιλιά:



Τα υπόλοιπα ψάρια μπορούν να ταξινομηθούν στις άλλες ομάδες, αφού ταιριάζουν σε μία από τις κατηγορίες.

### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Τα διαγράμματα Βεν βοηθούν στην οπτικοποίηση των συνόλων δεδομένων και στον εντοπισμό σχέσεων μεταξύ τους, το οποίο είναι κρίσιμο στην αναγνώριση προτύπων (στον εντοπισμό ομοιοτήτων και μοτίβων και στην μετέπειτα ταξινόμηση των δεδομένων σε κατηγορίες) και στην αφαίρεση (στην εστίαση σε βασικά δεδομένα και απόρριψη περιττών πληροφοριών).

Τα διαγράμματα Βεν χρησιμοποιούνται στην ανάλυση και οπτικοποίηση των δεδομένων. Βοηθούν στο να διαπιστωθεί πού επικαλύπτονται ή διαφέρουν κάποια σύνολα δεδομένων, διευκολύνοντας έτσι τον εντοπισμό μοτίβων και σχέσεων. Τα διαγράμματα Βεν απεικονίζουν με σαφήνεια λογικές πράξεις όπως ΚΑΙ (AND), Ή (OR) και ΟΧΙ (NOT) οι οποίες είναι

σημαντικές στην επιστήμη των υπολογιστών. Το συγκεκριμένο διάγραμμα της άσκησης βοηθά στην οπτικοποίηση του ότι ορισμένα δεδομένα μπορούν να επικαλύπτονται και πως τα ψάρια μπορούν να ανήκουν σε δύο ή περισσότερες διαφορετικές ομάδες.

Γυρίζοντας σπίτι					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
Δύσκολο	-	-	-	-	-
Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής					

### Εκφώνηση:

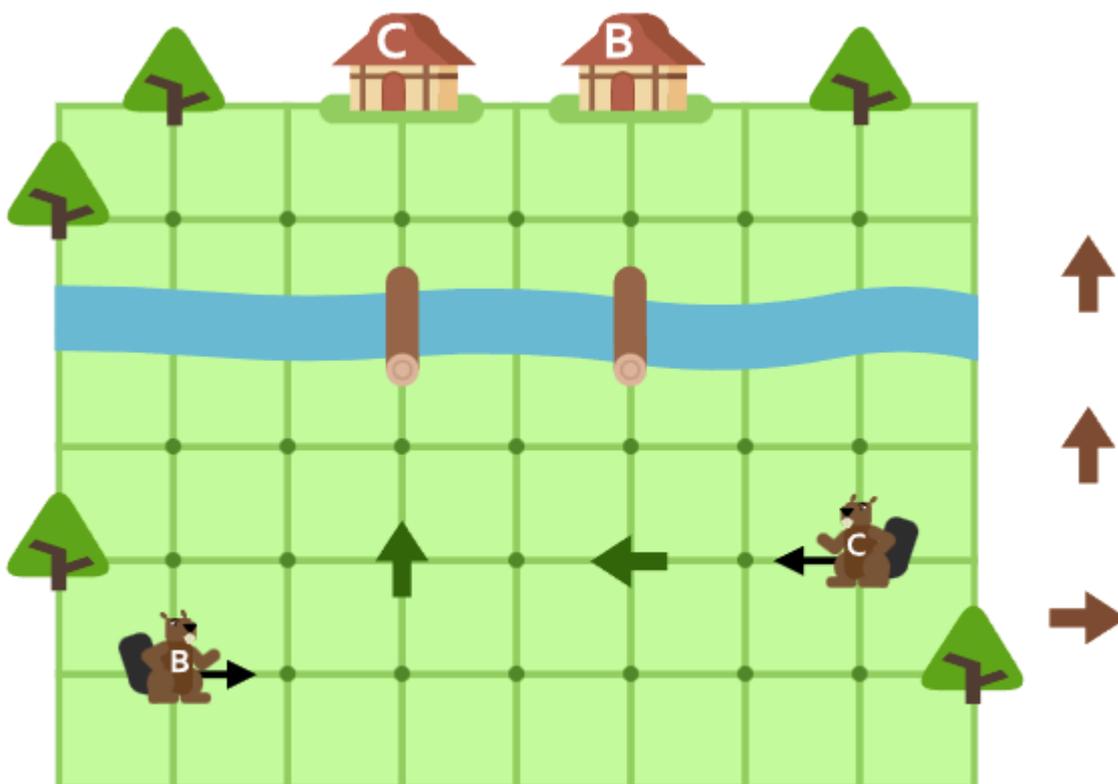
Οι κάστορες Βασιλική και Χριστίνα πηγαίνουν σπίτι τους μέσα από το δάσος. Στη διαδρομή, βλέπουν διάφορες χρήσιμες πινακίδες - βελάκια που τους καθοδηγούν προς την σωστή κατεύθυνση.

Φαίνεται όμως ότι λείπουν κάποιες πινακίδες!

Οι δύο φίλες μπορούν να περπατήσουν μόνο στις γραμμές του πλέγματος, ακολουθώντας αρχικά την κατεύθυνση που δείχνουν τα μαύρα βέλη πάνω τους. Θα συνεχίσουν να πηγαίνουν ευθεία μέχρι να δουν κάποια πινακίδα, και μετά θα ακολουθήσουν την κατεύθυνση που δείχνει αυτή.

### Άσκηση:

Σύρε τις καφέ πινακίδες με τα βελάκια πάνω στο πλέγμα για να βοηθήσεις τις δύο φίλες να πάνε σπίτι με ασφάλεια.



### Λύση:

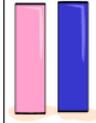
Υπάρχουν δύο σωστές απαντήσεις για αυτή την άσκηση:



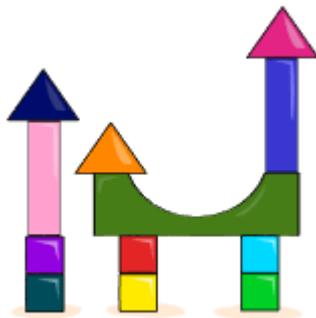
Οδηγίες κατασκευής					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	<i>Μέτριο</i>	<i>Εύκολο</i>	-	-	-
Ελβετία					

### Εκφώνηση:

Έχεις τα ακόλουθα τουβλάκια:

			
6 κύβοι	1 γέφυρα	3 πυραμίδες	2 ορθογώνια

Η φίλη σου η Μαρία σου εξηγεί πώς να φτιάξεις ένα κάστρο με τουβλάκια. Αυτή είναι η τελική κατασκευή:



Αυτή είναι η κατασκευή που σου είπε η Μαρία, αλλά δεν θυμάσαι την σειρά των οδηγιών που σου έδωσε.

Ερώτηση:

Βάλε τις οδηγίες της Μαρίας στη σωστή σειρά:

Τοποθέτησε 2 ορθογώνια πάνω στην κατασκευή σου.

Τοποθέτησε τους πύργους από κύβους στη σειρά.

Τοποθέτησε τις πυραμίδες πάνω στην κατασκευή σου.

Φτιάξε 3 πύργους που να έχουν 2 κύβους ο καθένας.

Τοποθέτησε την γέφυρα πάνω στην κατασκευή σου.

### **Λύση:**

Αυτή είναι η σωστή σειρά των οδηγιών:

1. Φτιάξε 3 πύργους που να έχουν 2 κύβους ο καθένας.
2. Τοποθέτησε τους πύργους από κύβους στη σειρά.
3. Τοποθέτησε την γέφυρα πάνω στην κατασκευή σου.
4. Τοποθέτησε 2 ορθογώνια πάνω στην κατασκευή σου.
5. Τοποθέτησε τις πυραμίδες πάνω στην κατασκευή σου.

Οι οδηγίες 1 και 2 πρέπει να γίνουν πρώτες, επειδή οι πύργοι από κύβους είναι τα μόνα τουβλάκια που ακουμπούν κατευθείαν στο πάτωμα. Οι πύργοι πρέπει πρώτα να φτιαχτούν με τους 2 κύβους, άρα η οδηγία 1 μπαίνει πριν την οδηγία 2.

Η οδηγία 3 μπαίνει δεύτερη (σαν επόμενο βήμα), επειδή η γέφυρα βρίσκεται πάνω από τους πύργους με τους κύβους, αλλά κάτω από τα μακρόστενα τουβλάκια.

Η οδηγία 4 μπαίνει τρίτη, επειδή το ένα από τα μακρόστενα τουβλάκια βρίσκεται πάνω στη γέφυρα.

Η οδηγία 5 πρέπει να είναι η τελευταία, επειδή δεν υπάρχει κανένα άλλο τουβλάκι πάνω από τις πυραμίδες. Καμία άλλη σειρά οδηγιών δεν μπορεί να φτιάξει ακριβώς την ίδια κατασκευή.

### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Για να λύσεις αυτή την άσκηση, πιθανότατα χρησιμοποίησες μια μέθοδο που χρησιμοποιούμε στην επιστήμη των υπολογιστών για να βρίσκουμε λύσεις, την οπισθοδρόμηση (backtracking).

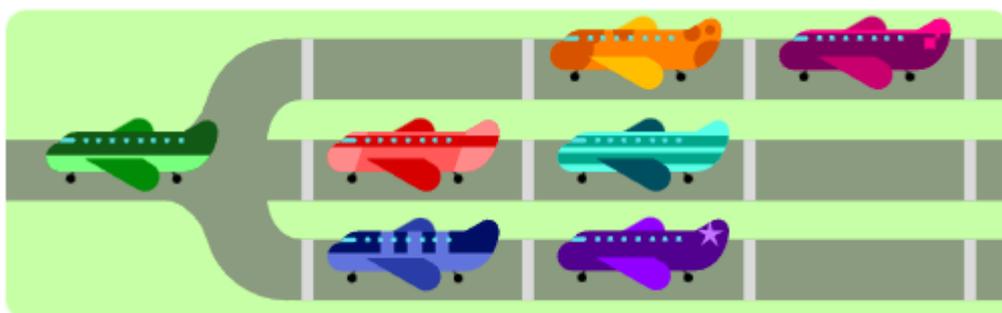
Σκέφτεσαι ποια οδηγία θα μπορούσε να είναι η πρώτη και την εκτελείς. Μετά, διαλέγεις τη δεύτερη οδηγία και βάζεις το επόμενο τουβλάκι στην κατασκευή. Αν φαίνεται σωστό, προχωράς στην επόμενη οδηγία. Αν δεν φαίνεται σωστό, βγάζεις το τουβλάκι από την κατασκευή και δοκιμάζεις μια άλλη οδηγία. Έτσι, αν κολλήσεις, πηγαίνεις πίσω στο σημείο όπου είσαι σίγουρος ότι η σειρά ήταν σωστή και δοκιμάζεις κάτι άλλο. Επίσης, κατάλαβες ότι η σειρά των οδηγιών είναι πολύ σημαντική. Όταν γράφουμε ένα πρόγραμμα για υπολογιστή, πρέπει κι εκεί να προσέχουμε πολύ να δίνουμε τις οδηγίες με τη σωστή σειρά για να έχουμε το σωστό αποτέλεσμα. Επιπλέον, οι οδηγίες προς έναν υπολογιστή πρέπει να είναι ξεκάθαρες.

Για να λύσεις την άσκηση χρειάζεται αλγοριθμική σκέψη. Πρώτα δημιουργείς έναν αλγόριθμο: μια σωστή σειρά από οδηγίες για να φτάσεις στο αποτέλεσμα. Ύστερα πρέπει να ελέγξεις την τελική κατασκευή, για να δεις αν ο αλγόριθμός σου λειτούργησε σωστά για όλα της τα μέρη.

Αεροπλάνα					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	<i>Μέτριο</i>	<i>Εύκολο</i>	-	-	-
Λιθουανία					

### Εκφώνηση:

Επτά αεροπλάνα περιμένουν στη σειρά για απογείωση, χρησιμοποιώντας έναν μόνο διάδρομο. Κάθε αεροπλάνο έχει προγραμματισμένη ώρα αναχώρησης και δεν μπορεί να προσπεράσει την σειρά!

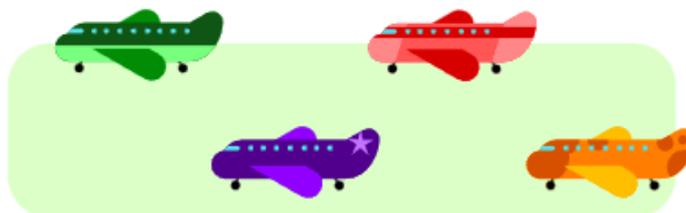


Το πρόγραμμα αναχώρησης των αεροπλάνων φαίνεται παρακάτω.

### Άσκηση:

Συμπλήρωσε τα κενά πλαίσια στο πρόγραμμα, πατώντας και σύροντας αυτά τα 4 αεροπλάνα στις κατάλληλες θέσεις.

🕒	✈️
10:45	
10:52	
10:55	
10:59	
11:00	
11:10	
11:11	



### Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι:

🕒	✈️
10:45	
10:52	
10:55	
10:59	
11:00	
11:10	
11:11	

Ένα αεροπλάνο μπορεί να απογειωθεί μόνο εφόσον δεν υπάρχει άλλο αεροπλάνο μπροστά

του στην σειρά. Το πρώτο αεροπλάνο είναι το  - που είναι ήδη στον διάδρομο απογείωσης. Το δεύτερο αεροπλάνο φαίνεται στο πρόγραμμα. Η τρίτη θέση (στις 10:55) αντιστοιχεί σε ένα από τα τρία αεροπλάνα που είναι στην αρχή των τριών διαδρόμων

τροφοδοσίας: ,  και . Για να αποφασίσουμε ποιο είναι σωστό, πρέπει να δούμε ποιο μας δίνεται ότι είναι το τέταρτο αεροπλάνο; οπότε παρατηρούμε ότι το τρίτο αεροπλάνο δεν μπορεί να είναι το  ή το  επειδή το τέταρτο αεροπλάνο είναι το  και αυτό δεν θα μπορέσει να κινηθεί, εκτός αν έχει ελεύθερο χώρο μπροστά του. Επομένως, το τρίτο αεροπλάνο πρέπει να είναι το .

Η ίδια λογική εφαρμόζεται για την πέμπτη θέση (στις 11:00). Υπάρχουν δύο πιθανά

αεροπλάνα για αυτή τη θέση (το  και το ) αλλά η σωστή απάντηση είναι αυτό που απελευθερώνει τον χώρο μπροστά από το έκτο αεροπλάνο. Άρα, το πέμπτο

αεροπλάνο πρέπει να είναι το . Το έβδομο αεροπλάνο είναι αυτό που απομένει, το



### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Αυτή η άσκηση καλλιεργεί τον αλγοριθμικό τρόπο σκέψης προσομοιάζοντας ένα πραγματικό πρόβλημα προγραμματισμού του χρόνου, όπου διάφορα στοιχεία πρέπει να ταξινομηθούν με βάση κάποιους περιορισμούς. Οι μαθητές/τριες πρέπει να επεξεργαστούν δομημένα

δεδομένα (όπως είναι οι ώρες απογείωσης), να χρησιμοποιήσουν λογικούς συλλογισμούς και να αξιολογήσουν τις σχέσεις εξάρτησης ώστε να προσδιορίσουν μία έγκυρη ακολουθία ενεργειών.

Αυτή η άσκηση εισάγει στους μαθητές/τριες την έννοια των αλγορίθμων χρονοπρογραμματισμού, μία βασική έννοια στα λειτουργικά συστήματα και στην υπολογιστική λογική. Η ταξινομημένη σειρά από τα αεροπλάνα αντιπροσωπεύει μία ουρά προτεραιότητας (priority queue), όπου οι συνθήκες προτεραιότητας και οι εξαρτήσεις (ποιος πρέπει να πετάξει πριν από ποιον) προσομοιώνουν τον τρόπο με τον οποίο εφαρμόζεται ο υπολογιστικός προγραμματισμός στην πραγματική ζωή. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των χρονικών δεδομένων και των περιορισμών θέσης ενθαρρύνει τους μαθητές/τριες να εργαστούν με αρχές προγραμματισμού που βασίζονται σε συμβάντα και να κατανοήσουν πώς η αλγοριθμική λογική καθορίζει τη λειτουργία ενός συστήματος υπό συγκεκριμένους περιορισμούς.

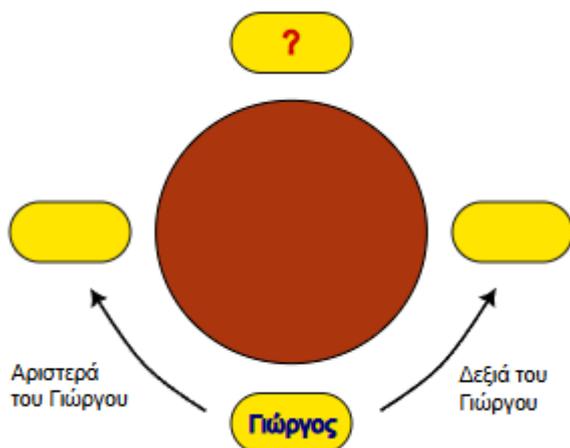
Κυκλικό τραπέζι					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	Μέτριο	Εύκολο	-	-	-
Ινδονησία					

### Εκφώνηση:

Οι τέσσερις κάστορες Στέφανος, Πάνος, Γρηγόρης και Γιώργος κάθονται γύρω από ένα στρογγυλό τραπέζι και τρώνε μαζί.

Η διάταξή τους είναι η εξής:

- Ο Πάνος κάθεται δεξιά από τον Στέφανο.
- Ο Γιώργος κάθεται αριστερά από τον Γρηγόρη.



Σημείωση: Η εικόνα δείχνει το τραπέζι από ψηλά.

Ερώτηση:

Ποιος κάθεται απέναντι από τον Γιώργο;

Στέφανος

Πάνος

Γρηγόρης

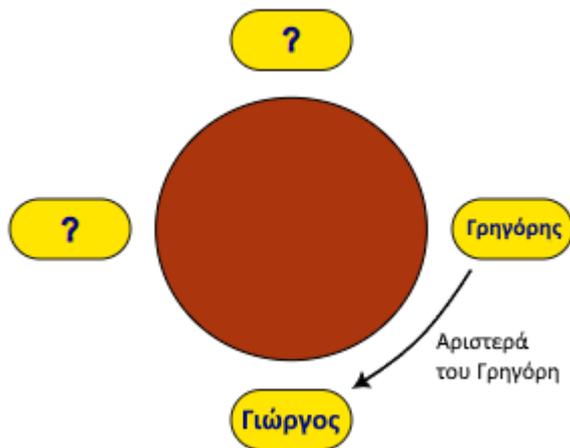
Δεν μπορεί να καθοριστεί

Λύση:

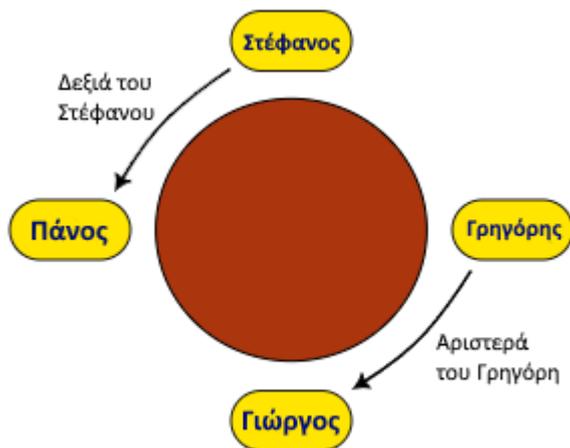
Η σωστή απάντηση είναι ο Στέφανος.

Εφόσον γνωρίζουμε την θέση του Γιώργου, πρέπει να εξεταστεί πρώτα η δεύτερη συνθήκη. Ο Γιώργος κάθεται αριστερά από τον Γρηγόρη, που σημαίνει ότι ο Γρηγόρης πρέπει να κάθεται δεξιά από τον Γιώργο. Οπότε η διάταξη των καστών στο τραπέζι είναι Γιώργος-Γρηγόρης – ? – ? με αντίθετη φορά από αυτή του ρολογιού (όπως φαίνεται στην εικόνα

παρακάτω). Λαμβάνουμε υπόψιν ότι τα ερωτηματικά αντιπροσωπεύουν τους υπόλοιπους, άγνωστους κάστορες.



Η δύο κάστορες που απομένουν, ο Στέφανος και ο Πάνος, πρέπει να τοποθετηθούν στις θέσεις που αντιστοιχούν στα ερωτηματικά. Σύμφωνα με την πρώτη συνθήκη, ο Πάνος κάθεται δεξιά από του Στέφανου. Συνεπώς, η μόνη δυνατή διαρρύθμιση θέσεων είναι Γιώργος – Γρηγόρης – Στέφανος – Πάνος με αντίθετη φορά από αυτή του ρολογιού (όπως φαίνεται στην εικόνα παρακάτω). Παρατηρούμε ότι ο Πάνος είναι στα δεξιά του Στέφανου και ο Γιώργος στα αριστερά του Γρηγόρη, το οποίο ικανοποιεί όλες τις απαραίτητες συνθήκες.



### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Μπορείς να λύσεις τέτοιες ερωτήσεις χρησιμοποιώντας κάτι που ονομάζεται μηχανή συμπερασμού. Είναι σαν ένας έξυπνος βοηθός που βγάζει συμπεράσματα χρησιμοποιώντας γεγονότα και απλούς κανόνες. Για παράδειγμα, αν ξέρουμε ότι «ο X κάθεται στα αριστερά του Y», τότε ξέρουμε επίσης ότι «ο Y κάθεται στα δεξιά του X».

Αυτός ο τρόπος σκέψης βοηθά τους υπολογιστές να κάνουν πράγματα όπως το να αναγνωρίζουν εικόνες, να κατανοούν λέξεις ή ακόμα και να οδηγούν αυτοκίνητα μόνοι τους.

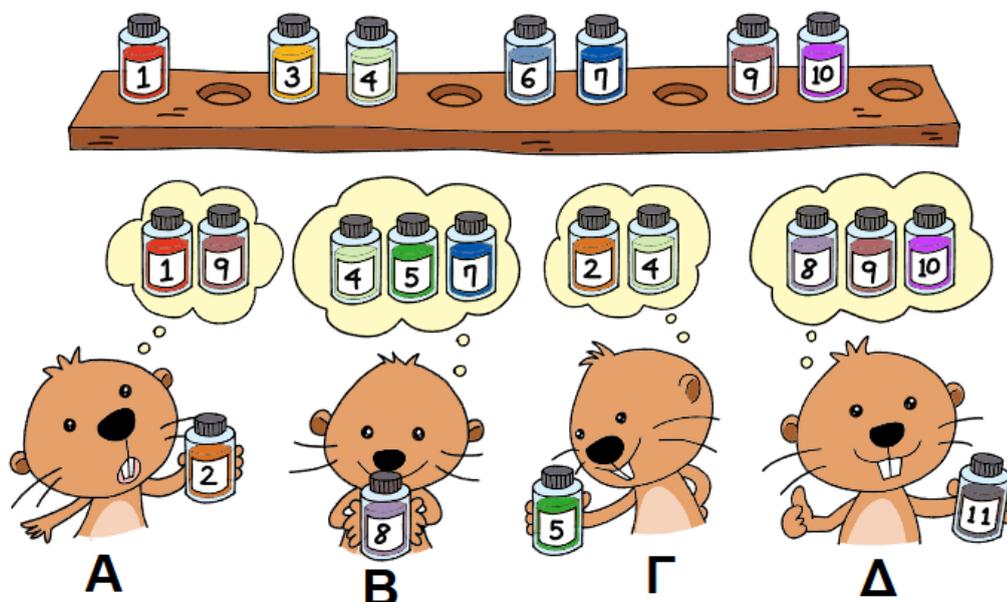
Για να απαντήσεις στην ερώτηση, χρειάζεται να χρησιμοποιήσεις την αφαίρεση και τη λογική συλλογιστική. Αφαίρεση σημαίνει να σχεδιάζεις μια απλή εικόνα, όπως ένα στρογγυλό τραπέζι με τέσσερις θέσεις, για να σε βοηθήσει να σκεφτείς το πρόβλημα. Λογική συλλογιστική σημαίνει να χρησιμοποιείς το μυαλό σου για να λύσεις το πρόβλημα βήμα-βήμα. Προσθέτεις κάθε στοιχείο ένα-ένα, σαν κομμάτια ενός παζλ. Όταν όλα τα στοιχεία μπουν στη θέση τους, μπορείς να δεις ολόκληρη την εικόνα και να βρεις την απάντηση.

Ζωγραφική με άμμο					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	Δύσκολο	Μέτριο	Εύκολο	-	-
Νότια Κορέα					

### Εκφώνηση:

Η ζωγραφική με άμμο είναι μια δραστηριότητα όπου ρίχνεις πολύχρωμη άμμο πάνω σε ένα χαρτί και προσθέτεις κόλλα για να μείνει. Επειδή η κόλλα στεγνώνει γρήγορα, οι κάστορες πρέπει να διαλέξουν όλα τα χρώματα που θα χρησιμοποιήσουν πριν ξεκινήσουν να ζωγραφίζουν.

Κάθε βαζάκι, με αριθμό από 1 έως 11, περιέχει διαφορετικό χρώμα άμμου. Η δασκάλα δίνει σε κάθε κάστορα ένα βαζάκι. Οι κάστορες Αγγελική (Α), Βασίλης (Β), Γιάννης (Γ) και Δήμητρα (Δ) κρατάνε ήδη από ένα βαζάκι ο καθένας, ενώ τα υπόλοιπα βρίσκονται στο ράφι. Κάθε κάστορας θέλει να ζωγραφίσει με τα χρώματα που φαίνονται στα συννεφάκια.



Κάθε κάστορας πρέπει να πάρει όλα τα χρώματα που θέλει, πριν αρχίσει να ζωγραφίζει. Όταν τελειώσουν όλοι, πρέπει να επιστρέψουν όλα τα βαζάκια που χρησιμοποίησαν. Αν ένας κάστορας θέλει να χρησιμοποιήσει ένα βαζάκι που έχει κάποιος άλλος, πρέπει πρώτα να περιμένει να επιστραφεί.

### Ερώτηση:

Ποιος θα είναι ο τελευταίος κάστορας που θα ξεκινήσει να ζωγραφίζει;

Η Αγγελική

Ο Βασίλης

Ο Γιάννης

Η Δήμητρα

### **Λύση:**

Η σωστή απάντηση είναι η Δήμητρα.

Η Αγγελική θέλει τα βάζα 1 και 9, αλλά κανείς άλλος δεν έχει τα βάζα 1 και 9 οπότε μπορεί να αρχίσει να ζωγραφίζει αμέσως.

Ο Χρήστος θέλει το βάζο 2 αλλά η Αγγελική έχει το βάζο 2, οπότε ο Χρήστος πρέπει να περιμένει να τελειώσει να ζωγραφίζει η Αγγελική.

Ο Βασίλης θέλει το βάζο 5, αλλά ο Χρήστος έχει το βάζο 5, οπότε πρέπει να περιμένει να τελειώσει να ζωγραφίζει ο Χρήστος.

Η Δήμητρα θέλει το βάζο 8, αλλά ο Βασίλης έχει το βάζο 8, οπότε η Δήμητρα πρέπει να περιμένει τον Βασίλη να τελειώσει να ζωγραφίζει.

Η Αγγελική ξεκινά να ζωγραφίζει αμέσως. Όταν εκείνη τελειώσει, θα ξεκινήσει να ζωγραφίζει ο Χρήστος. Όταν και ο Χρήστος τελειώσει, τότε θα ξεκινήσει ο Βασίλης. Όταν τελειώσει ο Βασίλης, τότε θα αρχίσει να ζωγραφίζει η Δήμητρα.

Οπότε η σειρά με την οποία ζωγραφίζουν οι κάστορες είναι η εξής: Αγγελική, Χρήστος, Βασίλης, και Δήμητρα. Επομένως, ο τελευταίος κάστορας που θα αρχίσει να ζωγραφίζει θα είναι η Δήμητρα.

### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Αυτό το πρόβλημα είναι ένα παράδειγμα μιας κατάστασης «αδιεξόδου» (deadlock). Ένα αδιέξοδο συμβαίνει όταν πολλές διεργασίες ανταγωνίζονται για τους ίδιους περιορισμένους πόρους, όπως αρχεία, βάσεις δεδομένων ή μνήμη. Σε ένα αδιέξοδο, οι εμπλεκόμενες διεργασίες δεν μπορούν να προχωρήσουν όταν είναι μπλοκαρισμένες, περιμένοντας να ελευθερωθούν οι πόροι που δεν είναι διαθέσιμοι. Τα αδιέξοδα μπορούν να οδηγήσουν σε αστάθεια του συστήματος, μειωμένη απόδοση, ακόμη και σε πλήρη κατάρρευση του συστήματος. Σε αυτό το πρόβλημα, ένα αδιέξοδο συμβαίνει όταν ένας ή περισσότεροι μαθητές χρειάζονται ένα βαζάκι που κρατάει κάποιος άλλος, προκαλώντας μια κατάσταση αναμονής.

Αλγόριθμοι: Σε αυτό το πρόβλημα, οι μαθητές χρησιμοποιούν αλγοριθμική σκέψη για να βρουν τη σειρά με την οποία οι μαθητές μπορούν να ξεκινήσουν να ζωγραφίζουν.

Αποσύνθεση (Decomposition): Αυτό το πρόβλημα είναι πολύ περίπλοκο για να λυθεί ολόκληρο με τη μία. Αντίθετα, πρέπει να χωριστεί σε μικρότερα κομμάτια, τα οποία μπορούν να λυθούν ένα-ένα. Για παράδειγμα, οι μαθητές μπορούν να εξετάσουν έναν κάστορα τη φορά: ποιες μπογιές χρειάζεται ο κάστορας και ποιος έχει την μπογιά τώρα.

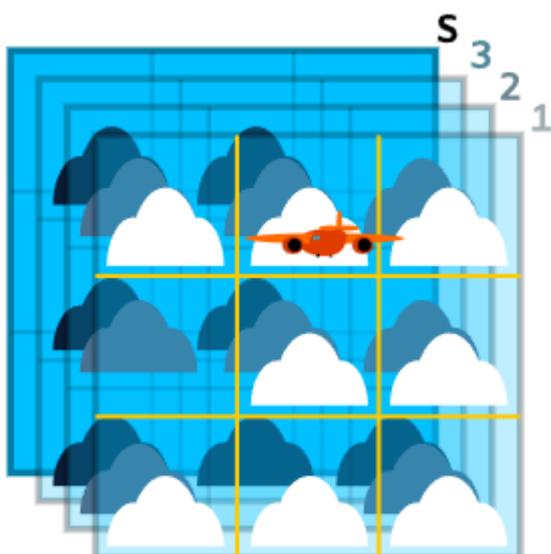
Αποφεύγοντας τα σύννεφα					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	Δύσκολο	Μέτριο	Εύκολο	-	-
Ιρλανδία					

### Εκφώνηση:

Μία πιλότος πετάει προς ένα κοντινό αεροδρόμιο και συναντά μερικά σύννεφα. Η πιλότος προσπαθεί να τα αποφύγει, πετώντας σε καθαρό ουρανό.

Το τμήμα του συννεφιασμένου ουρανού αναπαρίσταται ως ένα 3x3x3 πλέγμα. Καθώς η πιλότος κινείται ένα βήμα μπροστά, μπορεί να περιστρέψει το αεροπλάνο ώστε να κινηθεί πάνω, κάτω, αριστερά, δεξιά ή διαγώνια. Το αεροπλάνο δεν μπορεί να κινηθεί έξω από το πλέγμα.

Στο διάγραμμα τα άσπρα σύννεφα είναι τα κοντινότερα (επίπεδο 1), τα γκρι σύννεφα είναι πιο μακριά (επίπεδο 2) και τα μαύρα σύννεφα είναι τα πιο απομακρυσμένα (επίπεδο 3).



Το αεροπλάνο είναι έτοιμο να μπει στην συννεφιασμένη περιοχή. Αν δεν στρίψει, θα πετάξει μέσα στο λευκό σύννεφο στη μέση της πάνω σειράς.

### Ερώτηση:

Ποιές εντολές θα κινήσουν το αεροπλάνο μέσα στην συννεφιασμένη περιοχή, χωρίς να περάσει μέσα από τα σύννεφα;



## Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι:



Αυτή η άσκηση περιλαμβάνει την αναγνώριση της θέσης των σύννεφων. Όλα βρίσκονται μέσα σε 3 επίπεδα και αντιπροσωπεύουν περιοχές στις οποίες δεν μπορεί να πετάξει το αεροπλάνο. Παρατηρώντας τα 3 επίπεδα όπως παρουσιάζονται σε πίνακα παρακάτω, η κατανόηση γίνεται πιο εύκολη.

	Στο 1ο επίπεδο, η πιλότος πρέπει να διαλέξει 1 τετράγωνο.		Στο 2ο επίπεδο, η πιλότος πρέπει να διαλέξει 1 τετράγωνο.		Στο 3ο επίπεδο, η πιλότος μπορεί να φτάσει το τέλος χωρίς να περάσει μέσα από σύννεφο.



είναι λανθασμένη απάντηση γιατί το αεροπλάνο βγαίνει εκτός του πλέγματος.



είναι λανθασμένη γιατί το αεροπλάνο θα πετάξει μέσα από ένα ανοιχτό γκρι σύννεφο.



είναι λανθασμένη γιατί το αεροπλάνο θα πετάξει μέσα από ένα λευκό σύννεφο.

## Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Αυτή η άσκηση ενεργοποιεί την ικανότητα της αξιολόγησης, καθώς οι μαθητές/τριες πρέπει να αξιολογήσουν διαφορετικές διαδρομές, προκειμένου να προσδιορίσουν ποια από αυτές αποφεύγει όλα τα σύννεφα, και φτάνει στον επιθυμητό προορισμό. Παράλληλα, καλλιεργεί την ικανότητα της διάσπασης, καθώς πρέπει να κατανοήσουν το τρισδιάστατο πλέγμα ως τρία δισδιάστατα στρώματα, καθένα από τα οποία απαιτεί βήμα προς βήμα ανάλυση.

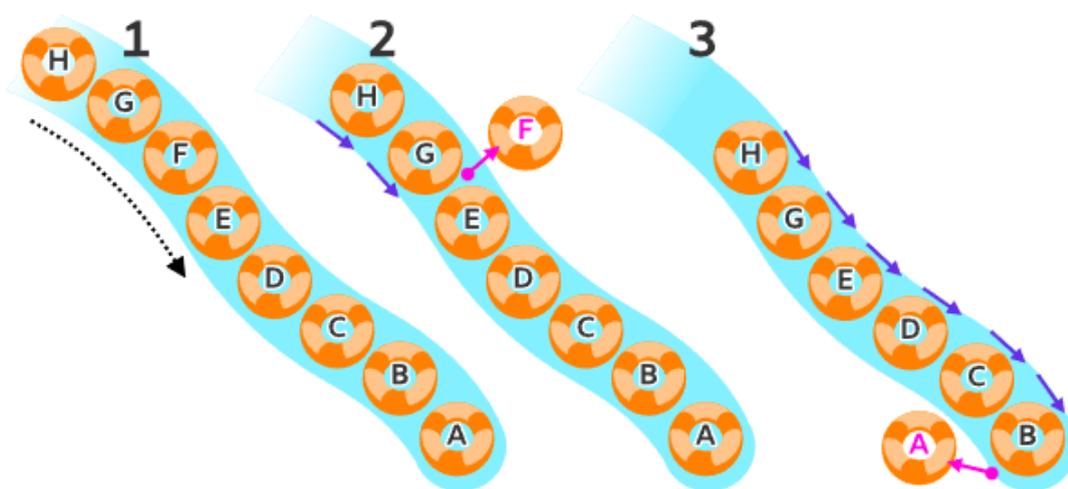
Χρησιμοποιεί αφαίρεση, αφού πρέπει να αγνοήσουν τα οπτικά χαρακτηριστικά που δεν είναι σχετικά και να εστιάσουν στις θέσεις των σύννεφων και τις διαδρομές πλοήγησης. Αναπτύσσει την αλγοριθμική σκέψη, καθώς οι μαθητές/τριες καλούνται να ερμηνεύσουν τα βήματα ως μία ακολουθία ξεχωριστών κινήσεων μέσα σε ένα 3x3x3 πλέγμα.

Αυτή η άσκηση βασίζεται στην έννοια των γράφων. Το τρισδιάστατο πλέγμα μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένα γράφημα κόμβων (κελιών) συνδεδεμένων με ακμές (πιθανές κινήσεις). Εισάγει την έννοια των αλγορίθμων εύρεσης διαδρομής (pathfinding algorithms), αν και το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι απλοποιημένο σε μία μόνο έγκυρη διαδρομή, και αναδεικνύει τον τρόπο με τον οποίο λύνονται τα προβλήματα πλοήγησης σε διακριτούς χώρους σε κλάδους όπως η ρομποτική, η ανάπτυξη παιχνιδιών, και οι τρισδιάστατες προσομοιώσεις. Η άσκηση επίσης έμμεσα μοντελοποιεί μία δομή δεδομένων (έναν τρισδιάστατο πίνακα ή μία λίστα γειτνίασης) και υπογραμμίζει τη σημασία της χωρικής σκέψης (spacial reasoning) στην υπολογιστική γεωμετρία και στις εφαρμογές οπτικής πληροφορικής.

Φουσκωτές κουλούρες					
A'-B' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	Δύσκολο	Μέτριο	Εύκολο	-	-
Καναδάς					

### Εκφώνηση:

Σε ένα θαλάσσιο πάρκο, οι φουσκωτές κουλούρες κινούνται με το ρεύμα (---➔) κατά μήκος ενός ποταμιού. Στο τέλος του ποταμιού, βρίσκονται σε σειρά όπως φαίνεται στην εικόνα παρακάτω.

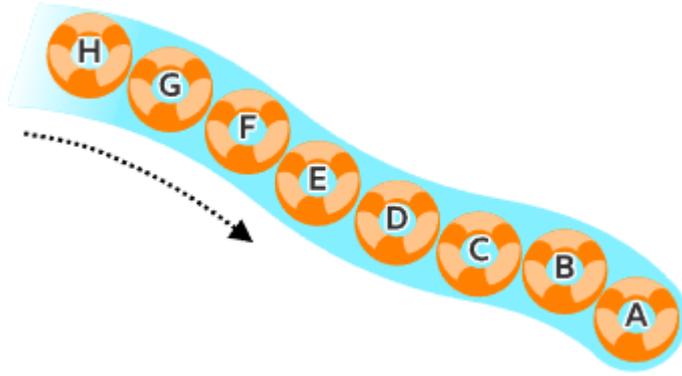


Τα παιδιά μπορούν να επιλέξουν μία φουσκωτή κουλούρα από οποιοδήποτε σημείο για την επόμενη βόλτα τους. Όταν μία κουλούρα βγει από το νερό (●➔) για να την χρησιμοποιήσει κάποιο παιδί, όλες οι κουλούρες που βρίσκονται πίσω της μετακινούνται κάτω (➔) για να καλύψουν το κενό.

Στο παράδειγμά μας παραπάνω, όπου έχουν βγει οι F και A, ο αριθμός των φορών που μία κουλούρα μετακινείται προς τα κάτω κατά μία θέση είναι 8 (οι G και H κινούνται όταν αφαιρείται η F; όλες οι υπόλοιπες κουλούρες κινούνται όταν αφαιρεθεί η A). Ο αριθμός φορών που μία κουλούρα μετακινήθηκε προς τα κάτω φαίνεται από τα μπλε βελάκια.

### Ερώτηση:

Οκτώ κουλούρες τοποθετούνται σε σειρά όπως φαίνεται παρακάτω. Μετά, 5 κουλούρες βγαίνουν από το νερό με σειρά B, G, E, D, H. Πόσες φορές μετακινούνται οι κουλούρες κατά μία θέση προς τα κάτω συνολικά;



10

11

12

13

**Λύση:**

Η σωστή απάντηση είναι: 11.

Αρχικά, από το τέλος του ποταμού, οι σειρά από τις κουλούρες είναι A, B, C, D, E, F, G, H.

Κουλούρα που αφαιρείται	Κουλούρες που μετακινούνται προς τα κάτω	Νέα σειρά από το τέλος του ποταμού
B	C, D, E, F, G and H (6 κουλούρες)	A, C, D, E, F, G, H
G	H (1 κουλούρα)	A, C, D, E, F, H
E	F and H (2 κουλούρες)	A, C, D, F, H
D	F and H (2 κουλούρες)	A, C, F, H
H	(Καμία δεν μετακινείται)	A, C, F

Συνολικά  $6+1+2+2=11$  κουλούρες μετακινούνται κατά μία θέση προς τα κάτω.

**Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Αυτή η άσκηση αποτελεί παράδειγμα αποσύνθεσης ενθαρρύνοντας τους μαθητές να χωρίσουν την διαδικασία αφαίρεσης των φουσκωτών σε μικρότερα τμήματα και να κατανοήσουν την αλυσιδωτή αντίδραση των κινήσεων που ακολουθούν. Καλλιεργεί την αλγοριθμική σκέψη, καθώς οι μαθητές/τριες καλούνται να ακολουθήσουν μία συγκεκριμένη σειρά από αφαιρέσεις και να υπολογίσουν τις μετατοπίσεις που προκύπτουν. Χρησιμοποιεί την αναγνώριση προτύπων και τους βοηθά να αναγνωρίσουν ότι κάθε αφαίρεση προκαλεί ένα συγκεκριμένο υποσύνολο από φουσκωτές κουλούρες να μετακινηθούν προς τα κάτω. Η άσκηση αυτή ενεργοποιεί επίσης την ικανότητα αξιολόγησης, καθώς οι μαθητές/τριες

καλούνται να αξιολογήσουν εάν το σύνολο που υπολογίζουν είναι σύμφωνο με την περιγραφόμενη συμπεριφορά του συστήματος.

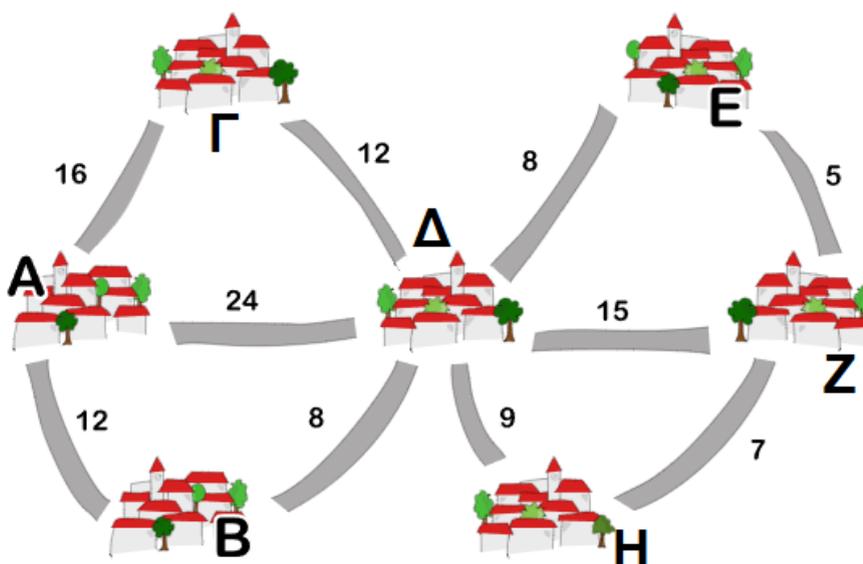
Η άσκηση αυτή μοντελοποιεί μία γραμμική δομή δεδομένων, και πιο συγκεκριμένα μία ουρά προτεραιότητας, όπου στοιχεία μετακινούνται με τέτοιο τρόπο ώστε να διατηρηθεί μία συγκεκριμένη σειρά μετά από αφαιρέσεις. Τονίζει το πώς τα δεδομένα μπορούν να αποθηκευτούν σειριακά στη μνήμη, και αναδεικνύει το υπολογιστικό κόστος της μετατόπισης στοιχείων, το οποίο είναι σημαντική παράμετρος για την απόδοση ενός λογισμικού. Προσομοιάζοντας εισαγωγές και διαγραφές, η άσκηση υπογραμμίζει πρακτικές προκλήσεις στην διαχείριση δομών δεδομένων και συνδέει θεμελιώδεις έννοιες στον προγραμματισμό, όπως είναι η δεικτοδότηση, η επανάληψη και η μεταβολή κατάστασης. Τέλος, εισάγει με έμμεσο τρόπο, τους συμβιβασμούς που απαιτούνται στις λειτουργίες μνήμης, το οποίο είναι ένα βασικό στοιχείο τόσο στον σχεδιασμό αλγορίθμων όσο και στην βελτιστοποίηση συστημάτων.

Επίσκεψη στη γιαγιά					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	Εύκολο	-	-	-
Βόρεια Μακεδονία					

### Εκφώνηση:

Η Μαίρη θέλει να επισκεφθεί την γιαγιά της. Μένει στην πόλη που έχει το γράμμα Α στην παρακάτω εικόνα, ενώ η γιαγιά της ζει στην πόλη με το γράμμα Ζ.

Ωστόσο, υπάρχει μία μικρή πρόκληση που πρέπει να αντιμετωπίσει. Η Μαίρη θέλει να εξοικονομήσει όσο το δυνατόν περισσότερα χρήματα για τα γενέθλιά της, γι'αυτό πρέπει να επιλέξει την φθηνότερη διαδρομή για να την επισκεφθεί. Στην εικόνα παρακάτω φαίνονται οι πόλεις και οι δρόμοι που τις συνδέουν, καθώς και οι τιμές των εισιτηρίων για την κάθε διαδρομή.



### Ερώτηση:

Βοήθησε την Μαίρη να επιλέξει την φθηνότερη δυνατή διαδρομή για να φτάσει στο σπίτι της γιαγιάς της, στην πόλη Ζ.

Γράψε το συνολικό κόστος της φθηνότερης διαδρομής για την πόλη Ζ.

### Λύση:

Η φθηνότερη δυνατή διαδρομή προς την πόλη Ζ κοστίζει 33 και η αντίστοιχη πορεία είναι μέσω των κόμβων Α, Β, Δ, Ε, Ζ.

Είναι προφανές ότι η Μαίρη θα πρέπει να πάρει τη διαδρομή μέσω της πόλης Δ για να φτάσει στον τελικό προορισμό, λόγω του ότι δεν υπάρχει άμεση σύνδεση μεταξύ των πόλεων Β και Η, καθώς και Γ με Ε. Με αυτή την παρατήρηση, μπορούμε να χωρίσουμε αυτή

την άσκηση σε δύο μικρότερα τμήματα, το πρώτο εκ των οποίων θα είναι να πάει η Μαίρη στην πόλη Δ, και το δεύτερο να βρει την φθηνότερη διαδρομή για να πάει από την πόλη Δ στην Ζ. Στο πρώτο τμήμα της άσκησης, για την διαδρομή μεταξύ των πόλεων Α και Δ έχουμε 3 επιλογές:

1. Α-Δ, κόστος: 24
2. Α-Β-Δ, κόστος: 20
3. Α-Γ-Δ, κόστος: 28

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι η φθηνότερη δυνατή επιλογή είναι η διαδρομή Α-Β-Δ.

Για το δεύτερο τμήμα της άσκησης, έχουμε 3 επιλογές για να πάμε από την πόλη Δ στην Ζ:

1. Δ-Ζ, κόστος: 15
2. Δ-Η-Ζ, κόστος: 16
3. Δ-Ε-Ζ, κόστος: 13

Η τελική απάντηση είναι η φθηνότερη επιλογή από το πρώτο τμήμα της άσκησης, ακολουθούμενη από την φθηνότερη επιλογή από το δεύτερο. Αυτή θα είναι η διαδρομή Α, Β, Δ, Ε, Ζ.

Επομένως, το κόστος της φθηνότερης διαδρομής από την πόλη Α προς την πόλη Ζ είναι  $20 + 13 = 33$ .

#### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Αυτή η άσκηση δείχνει ένα πρόβλημα συντομότερης διαδρομής, όπου ψάχνουμε να βρούμε ένα μονοπάτι ανάμεσα σε δύο κορυφές (σημεία) σε ένα γράφημα. Συγκεκριμένα, η πιο αποδοτική διαδρομή ανάμεσα σε δύο σημεία σε ένα γράφημα μπορεί να βρεθεί μόνο αν γνωρίζουμε το «βάρος» (εδώ, το κόστος) κάθε γραμμής που ενώνει τα σημεία. Ειδικά σε αυτή την άσκηση, το γράφημα που δόθηκε ήταν μικρού μεγέθους. Γενικά, ο αλγόριθμος του Dijkstra (Ντάϊκστρα) ακολουθεί μια συγκεκριμένη σειρά βημάτων, η οποία βοηθάει πάρα πολύ στο να λυθεί ένα πρόβλημα γρήγορα και αποτελεσματικά, αντί να χρειαστεί να ελέγξουμε κάθε πιθανή επιλογή. Σε αυτή την περίπτωση, υπήρχαν μόνο 7 κορυφές (οι πόλεις) και 10 γραμμές (οι δρόμοι), κάτι που έκανε την εύρεση της τελικής λύσης αποτέλεσμα μόνο λίγων ελέγχων.

Λάθος ακολουθία					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	Δύσκολο	-	Εύκολο	-
Ελβετία					

### Εκφώνηση:

Ο Αστέριος προγραμματίζει την πρώτη του εφαρμογή και γράφει τον κώδικα που τροποποιεί μία εικόνα. Αρχικά, προγραμματίζει δύο λειτουργίες:

- Κ (Καθρεπτισμός) αναστρέφει την εικόνα ως προς τον κατακόρυφο άξονα
- Π (Περιστροφή) στρέφει την εικόνα κατά 90° δεξιόστροφα

Είσοδος	Λειτουργία	Έξοδος
	Καθρεπτισμός	
	Περιστροφή	

Μπορείς να μετατρέψεις αυτή την αρχική εικόνα



σε αυτή την τελική



με διαφορετικές ακολουθίες εντολών.

### Ερώτηση:

Ποια ακολουθία εντολών ΔΕΝ μετατρέπει την αρχική στην τελική εικόνα;



**Λύση:**

Π Κ είναι η σωστή απάντηση καθώς η ακολουθία των λειτουργιών δεν μετατρέπει την αρχική εικόνα στην τελική. Παρακάτω φαίνεται τι προκύπτει από όταν εκτελείται η ακολουθία εντολών Π Κ.



Όλες οι άλλες ακολουθίες παράγουν την επιθυμητή τελική εικόνα. Οι παρακάτω εικόνες δείχνουν τι συμβαίνει μετά την εκτέλεση κάθε λειτουργίας σε κάθε ακολουθία.

Ακολουθία Κ Π:



Ακολουθία Π Π Π Κ:



Ακολουθία Κ Π Κ Π Κ Π:



Οι τρεις παραπάνω ακολουθίες παράγουν την τελική εικόνα. Η άσκηση αυτή ζητά ποια ακολουθία δεν παράγει την τελική εικόνα και γι'αυτό αυτές οι ακολουθίες είναι λανθασμένες.

**Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Η άσκηση συνδυάζει διάφορες σημαντικές δεξιότητες της υπολογιστικής σκέψης. Η αποσύνθεση χρησιμοποιείται για να χωριστεί η διαδικασία της μετατροπής σε μικρότερα τμήματα, όπως η αναγνώριση συγκεκριμένων οπτικών στοιχείων-κλειδιών και πώς αυτά

μεταβάλλονται μέσα από τον καθρεπτισμό ή την περιστροφή. Η αφαίρεση επιτρέπει στους μαθητές/τριες να εστιάσουν στο σχήμα και στη θέση αγνοώντας ασήμαντες λεπτομέρειες όπως το χρώμα ή άλλα διακοσμητικά στοιχεία της εικόνας. Η διαδικασία μετατροπής είναι αλγοριθμική, καθώς κάθε εντολή εφαρμόζει έναν καθορισμένο κανόνα για την αλλαγή της κατάστασης της εικόνας. Ο πλήρης μετασχηματισμός αποτελεί ένα απλό πρόγραμμα που λειτουργεί πάνω σε διακριτές εισόδους. Η αναγνώριση μοτίβων βοηθάει στον εντοπισμό συμμετρικών χαρακτηριστικών ή επαναλαμβανόμενων περιστροφικών στοιχείων μέσα στην εικόνα. Η λογική σκέψη είναι επίσης καθοριστική για τον προσδιορισμό του τρόπου με τον οποίο κάθε στοιχείο της εικόνας μεταβάλλεται κατά την διάρκεια ενός μετασχηματισμού και για την επαλήθευση της ορθότητας του αποτελέσματος. Σε αυτό το πρόβλημα, οι μαθητές/τριες καλλιεργούν την ικανότητα της αξιολόγησης καθώς καλούνται να ελέγξουν αν το τελικό αποτέλεσμα αντιστοιχεί στο επιθυμητό, ενισχύοντας έτσι τις δεξιότητες ελέγχου και επικύρωσης των αποτελεσμάτων.

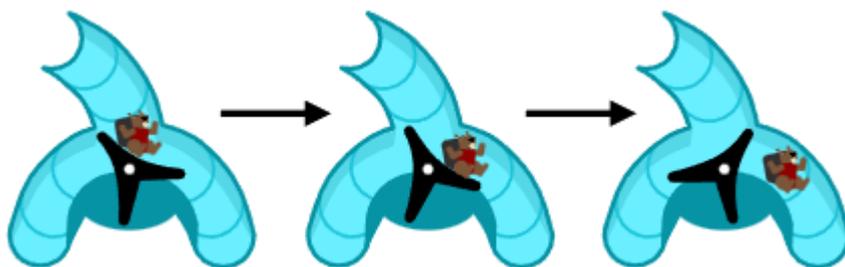
Η άσκηση αυτή συνδυάζει θεμελιώδεις αρχές της επεξεργασίας εικόνας (image processing) και της μετατροπής χώρου (spatial transformations). Μοντελοποιεί τον τρόπο που οι υπολογιστές εκτελούν λειτουργίες όπως η περιστροφή και ο καθρεπτισμός, οι οποίες είναι συνήθεις σε προγραμματισμό γραφικών, όραση υπολογιστών και σχεδιασμό παιχνιδιών. Οι μαθητές/τριες προσομοιάζουν την συμπεριφορά των αλγορίθμων μετασχηματισμού (transformation algorithms), καλλιεργώντας μία διαίσθηση όσων αφορά την διαχείριση συντεταγμένων (coordinate manipulation), και του τρόπου με τον οποίο τα συστήματα επεξεργάζονται την γεωμετρία των εικόνων. Αυτές οι δεξιότητες αποτελούν θεμέλιο για την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο οι ψηφιακές εικόνες μετασχηματίζονται, αποθηκεύονται και αποδίδονται μέσα από το λογισμικό.

Νεροτσουλήθρα					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	Δύσκολο	Μέτριο	Εύκολο	-

### Εκφώνηση:

Το Λούνα παρκ των καστόρων έχει μία νεροτσουλήθρα!

Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει πώς δουλεύει ένας μηχανισμός στην νεροτσουλήθρα που ελέγχει την κατεύθυνση εξόδου σε κάθε διασταύρωση. Κάθε φορά που ένας κάστορας περνάει από μία διασταύρωση, ανατρέπεται ο μηχανισμός, αλλάζοντας την κατεύθυνση της εξόδου.

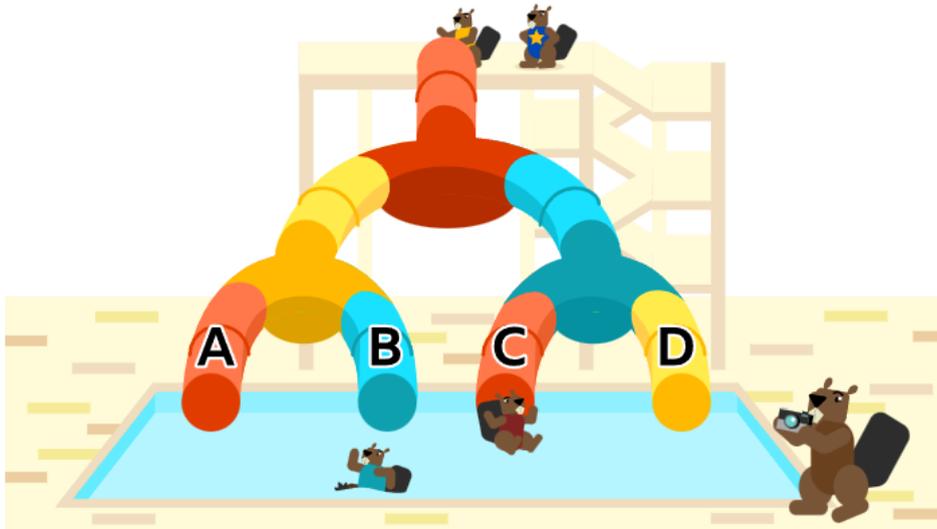


Ο Φίλιππος θέλει να δοκιμάσει την νεροτσουλήθρα. Η μητέρα του θέλει να μάθει από πού θα βγει ο Φίλιππος ώστε να τον βγάλει φωτογραφίες. Αρχικά βλέπει έναν κάστορα να βγαίνει από την τσουλήθρα Β και έναν άλλον από την τσουλήθρα C. Υπάρχει άλλος ένας κάστορας που περιμένει στην ουρά πριν από τον Φίλιππο.

Ερώτηση:

Από ποια τσουλήθρα θα βγει ο Φίλιππος;

Πάτησε πάνω στο γράμμα της τσουλήθρας και αποθήκευσε την επιλογή σου.

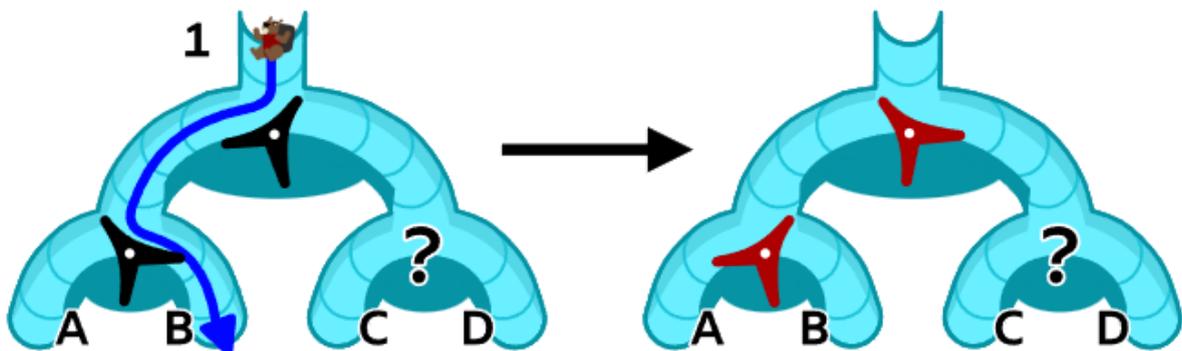


### Λύση:

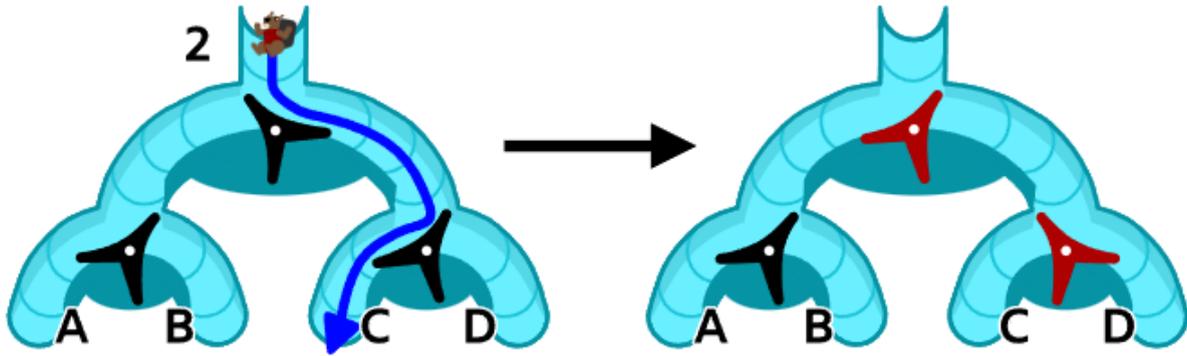
Η απάντηση είναι η τσουλήθρα D.

Εφόσον η κατεύθυνση της εξόδου αλλάζει κάθε φορά που ένας κάστορας περνάει μέσα από μία διασταύρωση, μπορούμε να βρούμε την κατάσταση των μηχανισμών στις διασταυρώσεις όταν έχουν περάσει δύο κάστορες μέσα από την νεροτσουνλήθρα.

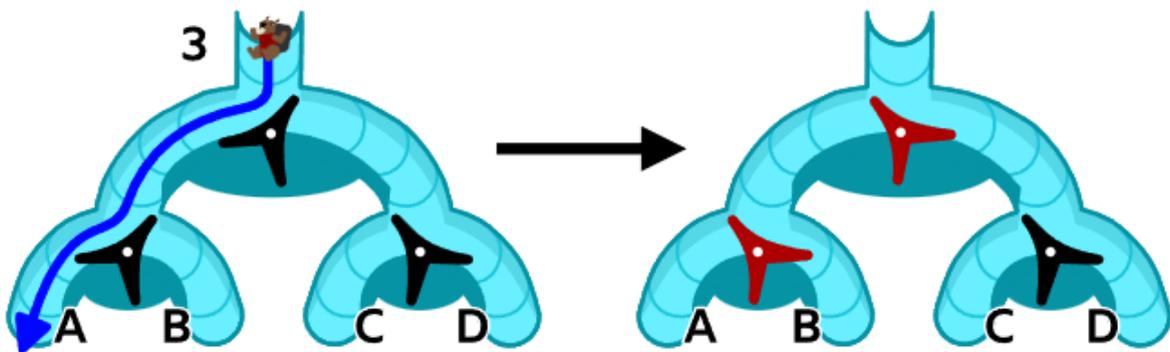
Όπως φαίνεται στις παρακάτω εικόνες, ο πρώτος κάστορας βγαίνει από την τσουλήθρα B. Γνωρίζουμε ότι ο κάστορας πηγαίνει αριστερά στην πρώτη διασταύρωση και δεξιά στην δεύτερη. Μετά από αυτό, η κατεύθυνση των εξόδων αυτών των δύο διασταυρώσεων αλλάζει: Στην πρώτη διασταύρωση, ο μηχανισμός γυρίζει προς τα αριστερά, και στην δεύτερη (κάτω αριστερά) διασταύρωση ο μηχανισμός γυρίζει προς τα δεξιά. Σε αυτό το σημείο δεν γνωρίζουμε ακόμα την κατάσταση του μηχανισμού στην κάτω δεξιά διασταύρωση.



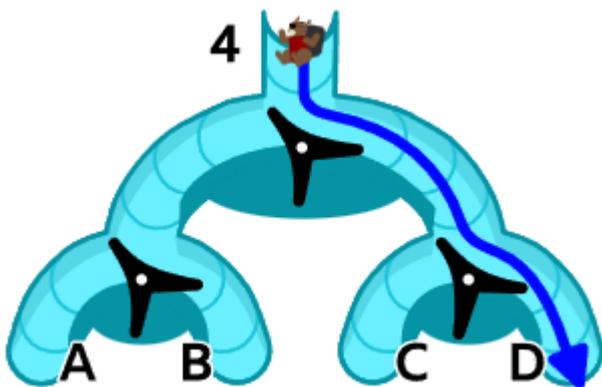
Αντίστοιχα, όπως φαίνεται στις εικόνες παρακάτω, ο επόμενος κάστορας βγαίνει από την τσουλήθρα C. Από αυτό καταλαβαίνουμε ότι η κατεύθυνση εξόδου από την κάτω δεξιά διασταύρωση ήταν στα αριστερά πριν περάσει ο κάστορας, και αμέσως μετά γυρίζει προς τα δεξιά.



Σε αυτό το σημείο, γνωρίζουμε την κατάσταση των μηχανισμών σε όλες τις διασταυρώσεις, οπότε μπορούμε να εντοπίσουμε την διαδρομή που κάνει ο κάστορας πριν από τον Φίλιππο, και την κατάσταση των μηχανισμών στις διασταυρώσεις μετά, όπως φαίνεται στις εικόνες:



Τέλος, γνωρίζουμε ότι ο Φίλιππος θα ακολουθήσει την διαδρομή που φαίνεται στην παρακάτω εικόνα και θα βγει από την τσουλήθρα D.



#### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Αυτή η άσκηση καλλιεργεί την λογική σκέψη καθώς οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να εντοπίσουν και να προβλέψουν πώς οι αλλαγές κατάστασης σε κάθε μηχανισμό επηρεάζουν τις επόμενες διαδρομές του κάστορα και εξάγουν συνεπή συμπεράσματα από ένα σύστημα που είναι βασισμένο σε κανόνες. Επίσης ενισχύεται η αλγοριθμική σκέψη ως βασικός παράγοντας της άσκησης, αφού η λύση της περιλαμβάνει την προσομοίωση μιας ακολουθίας επιλογών κατεύθυνσης βασισμένη σε έναν μηχανισμό δυαδικής αναστροφής.

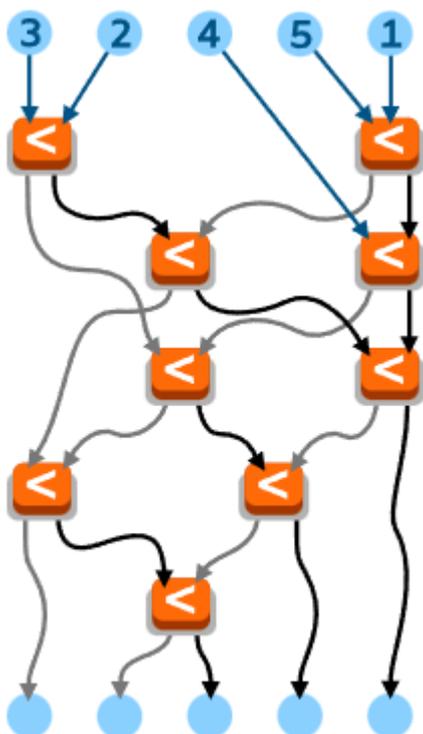
Ενθαρρύνεται η ικανότητα της αποσύνθεσης, επειδή οι μαθητές/τριες πρέπει να απομονώσουν κάθε διασταύρωση και να αναλύσουν την συμπεριφορά της στην πάροδο του χρόνου. Τέλος, καλλιεργείται στα παιδιά η ικανότητα της αφαίρεσης, καθώς πρέπει να αγνοήσουν τους οπτικούς περισπασμούς και να επικεντρωθούν αποκλειστικά στην αλλαγή κατάστασης των μηχανισμών.

Αυτή η άσκηση μοντελοποιεί ένα ντετερμινιστικό σύστημα που βασίζεται σε καταστάσεις, όπου κάθε μηχανισμός συμπεριφέρεται σαν ένας δυαδικός διακόπτης ή μία δομή ελέγχου (παρόμοια με τις εντολές if-else στον προγραμματισμό). Η ροή των καστόρων μέσα σε αυτό το σύστημα αντιπροσωπεύει τη διέλευση δεδομένων μέσω ενός δέντρου αποφάσεων, όπου οι διαδρομές τους μπορούν να περιγραφούν χρησιμοποιώντας διαδοχική λογική και διακλάδωση υπό όρους. Η άσκηση αφορά την ανίχνευση κώδικα (code tracing), η οποία είναι μία συνήθης τεχνική στην κατανόηση της ροής του προγράμματος και στον εντοπισμό και τη διόρθωση σφαλμάτων (debugging). Παρέχει μία απλή αναλογία για την διδασκαλία και κατανόηση εννοιών όπως είναι οι μεταβάσεις στην κατάσταση του συστήματος, η προσομοίωση αλγορίθμων και ο έλεγχος της λογικής ροής του προγράμματος, ενισχύοντας βασικές ιδέες τόσο στην προγραμματιστική λογική όσο και στην συμπεριφορά των δομών δεδομένων.

Φανταστική μηχανή					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	Δύσκολο	Μέτριο	Εύκολο	-
Γερμανία					

### Εκφώνηση:

Οι κάστορες δημιούργησαν μία φανταστική μηχανή!



Πέντε αριθμοί είναι τοποθετημένοι στις θέσεις στο πάνω μέρος, και οι ίδιοι πέντε αριθμοί θα τοποθετηθούν στις θέσεις στο κάτω μέρος. Ωστόσο, αυτοί μπορεί να βρίσκονται σε διαφορετική σειρά.

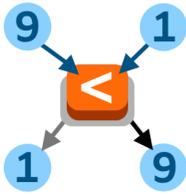
Καθώς οι αριθμοί κινούνται προς τα κάτω στην μηχανή, συναντούν συγκριτές.



Κάθε συγκριτής ελέγχει τη σχέση των δύο εισερχόμενων αριθμών και τους στέλνει παρακάτω έτσι ώστε:

- ο μικρότερος αριθμός να είναι στα αριστερά
- ο μεγαλύτερος αριθμός να είναι στα δεξιά.

Εδώ είναι ένα παράδειγμα:



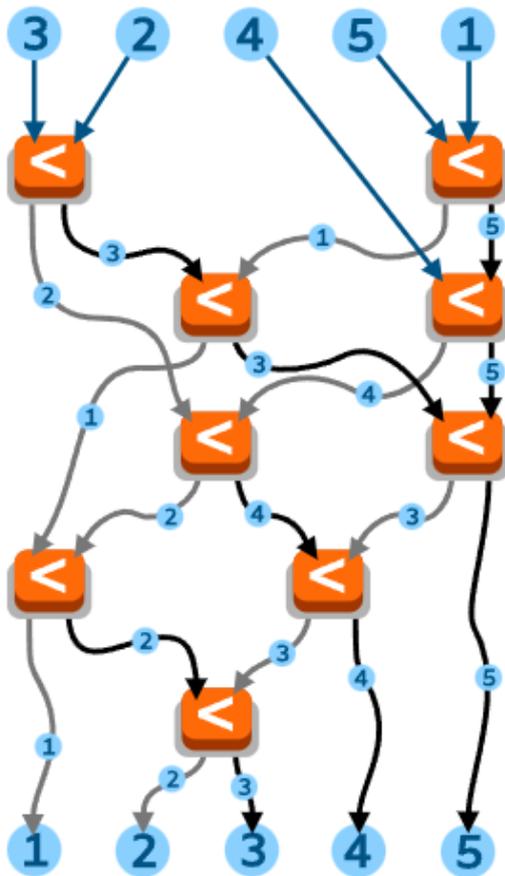
Ερώτηση:

Έχοντας ως ακολουθία εισόδου την: 3, 2, 4, 5, και 1, ποιο είναι το αποτέλεσμα της μηχανής των καστόρων;



Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι η εξής:



Η μηχανή σε αυτή την άσκηση πρόκειται για ένα δίκτυο ταξινόμησης, όπου κάθε συγκριτής συγκρίνει δύο αριθμούς, στέλνοντας τον μικρότερο στα αριστερά και τον μεγαλύτερο στα δεξιά. Επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία, οι αριθμοί ταξινομούνται σταδιακά. Με ακολουθία εισόδου την 3, 2, 4, 5, 1, ο κανόνας εφαρμόζεται βήμα βήμα έως ότου οι αριθμοί καταλήξουν σε αύξουσα σειρά, δίνοντας το αποτέλεσμα 1, 2, 3, 4, 5.

Οι υπόλοιπες επιλογές είναι λανθασμένες, επειδή η 1, 5, 4, 2, 3 είναι μία μη ταξινομημένη ακολουθία, η 5, 4, 3, 2, 1 αποτελεί φθίνουσα ακολουθία (την οποία δεν μπορεί να παράξει η

μηχανή αφού πάντα τοποθετεί τους μικρότερους αριθμούς στα αριστερά), και η 3, 2, 4, 5, 1, η οποία απλώς επαναλαμβάνει την αρχική είσοδο χωρίς κάποια ταξινόμηση.

### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Αυτή η άσκηση καλλιεργεί, μέσω παραδείγματος, την αλγοριθμική σκέψη, καθώς οι μαθητές/τριες πρέπει να κατανοήσουν την ακολουθία από συγκρίσεις που εφαρμόζονται συνεχώς από το δίκτυο ταξινόμησης, ώστε να μετατραπεί η μη ταξινομημένη είσοδος σε μία ταξινομημένη έξοδο. Επιπλέον, ενισχύει την λογική σκέψη, καθώς καλεί τους μαθητές/τριες να προβλέψουν το αποτέλεσμα με το να εντοπίζουν την ροή των δεδομένων μέσα από μία ακολουθία από συγκεκριμένες λειτουργίες σύγκρισης. Η αφαίρεση αποτελεί επίσης σημαντικό ρόλο στην άσκηση, επειδή οι μαθητές/τριες πρέπει να δουν πέρα από συγκεκριμένους αριθμούς και να επικεντρωθούν στις σχετικές συγκρίσεις που εφαρμόζονται σε κάθε διακόπτη. Συνδυαστικά, αυτές οι δεξιότητες τους βοηθούν να κατανοήσουν τον τρόπο με τον οποίο ένα σταθερό σύνολο κανόνων μπορεί να αναδιατάξει τα δεδομένα με ντετερμινιστικό τρόπο.

Αυτή η άσκηση εισάγει την έννοια του δικτύου ταξινόμησης, ενός μοντέλου που χρησιμοποιεί συγκριτές για να ταξινομήσει δεδομένα με παράλληλο τρόπο. Υπογραμμίζει τον τρόπο που οι λειτουργίες ταξινόμησης μπορούν να εφαρμοστούν, χρησιμοποιώντας λογική που είναι φιλική προς το υλικό (hardware-friendly), καθιστώντας τις κατάλληλες για χρήση σε συσκευές όπως η μονάδα επεξεργασίας γραφικών (GPU). Το πρόβλημα μοντελοποιεί την ροή των δεδομένων μέσα από μία σταθερή αρχιτεκτονική βασισμένη στην δρομολόγηση υπό συνθήκη, αναδεικνύοντας τον τρόπο με τον οποίο οι αλγόριθμοι μπορούν να ενσωματωθούν σε συστήματα παράλληλης επεξεργασίας. Αυτή η προσέγγιση βοηθά τους μαθητές/τριες να κατανοήσουν πώς η ταξινόμηση μπορεί να είναι ταυτόχρονα ντετερμινιστική και βελτιστοποιημένη για ταχύτητα και αποδοτικότητα σε επίπεδο υλικού.

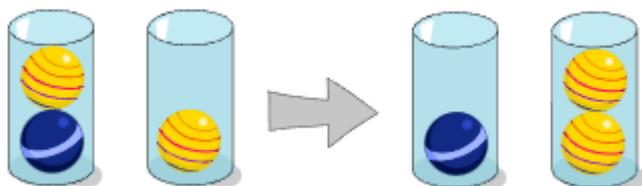
Βαζάκια με καραμέλες					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	<i>Εύκολο</i>	-	-
Πακιστάν					

### Εκφώνηση:

Η Μαρίνα αγόρασε 4 βαζάκια με 2 καραμέλες το καθένα. Έφαγε δύο καραμέλες από το τέταρτο βαζάκι, και τώρα είναι άδειο. Τα πρώτα τρία βαζάκια μένουν όπως ήταν. Οι καραμέλες βγαίνουν σε 3 χρώματα. Η Μαρίνα θέλει να ομαδοποιήσει τις καραμέλες με το ίδιο χρώμα στο ίδιο βαζάκι. Μπορεί να χρησιμοποιήσει μία κίνηση που ονομάζεται Drop για να μετακινήσει την καραμέλα από την κορυφή από το βαζάκι σε ένα άλλο. Κάθε βαζάκι χωράει το πολύ δύο καραμέλες.

Δύο παραδείγματα του drop είναι τα εξής:

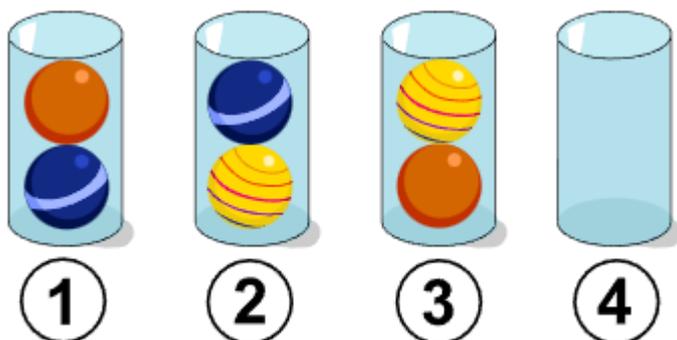
Drop από το βαζάκι 1 στο βαζάκι 2:



Drop από το 1 στο 2:



Αυτές είναι οι καραμέλες της Μαρίνας που πρέπει να ομαδοποιηθούν:



Ερώτηση:

Ποιος συνδυασμός κινήσεων από τους παρακάτω είναι σωστός, ώστε να μπορέσει η Μαρίνα να ομαδοποιήσει τις καραμέλες με το ίδιο χρώμα στα ίδια βαζάκια;

Drop από το 1 στο 4, Drop από το 3 στο 1, Drop από το 3 στο 4, Drop από το 2 στο 3

Drop από το 2 στο 4, Drop από το 3 στο 2, Drop από το 1 στο 3, Drop από το 1 στο 4

Drop από το 3 στο 4, Drop από το 2 στο 4, Drop από το 1 στο 3, Drop από το 1 στο 2

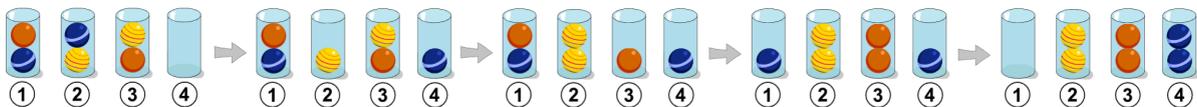
Drop από το 2 στο 4, Drop από το 1 στο 2, Drop από το 3 στο 1, Drop από το 1 στο 4

### Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι η εξής:

Drop 2 στην 4, Drop 3 στην 2, Drop 1 στην 3, Drop 1 στην 4

Δεν υπάρχει μόνο ένας τρόπος να λυθεί η άσκηση, αλλά από τις απαντήσεις που μας δίνονται, αυτή είναι η μόνη σωστή ώστε να ομαδοποιηθούν οι καραμέλες με το ίδιο χρώμα.



### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

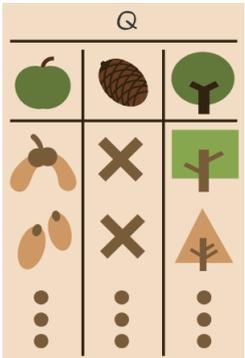
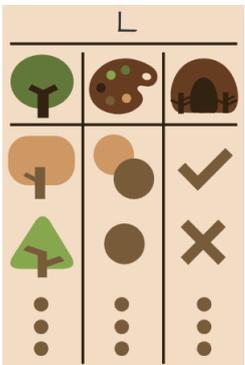
Εδώ είναι η μετάφραση των εννοιών που αφορούν την Υπολογιστική Σκέψη και την Πληροφορική, διατηρώντας τη μορφή παραγράφου και το απλό λεξιλόγιο: Σε αυτή την άσκηση, τα δοχεία λειτουργούν όπως μια «στοίβα» (stack) στον προγραμματισμό. Η στοίβα είναι ένας τρόπος οργάνωσης δεδομένων, που δουλεύει με τον κανόνα "το τελευταίο που μπήκε, είναι το πρώτο που θα βγει" (LIFO - Last In, First Out). Στην περίπτωση μας, το κάθε δοχείο είναι μια στοίβα και η κάθε τσιχλόφουσκα είναι ένα δεδομένο (μια πληροφορία) που αποθηκεύεται μέσα της. Το να «ρίξουμε» μια τσιχλόφουσκα είναι σαν να βγάζουμε το πάνω-πάνω δεδομένο από μια στοίβα και να το βάζουμε στην κορυφή μιας άλλης στοίβας. Επίσης, η χρήση ενός άδειου δοχείου για να αλλάξουμε θέση στις τσιχλόφουσκες, μοιάζει πολύ με το πώς αλλάζουμε τις τιμές δύο μεταβλητών σε ένα πρόγραμμα, χρησιμοποιώντας μια τρίτη, προσωρινή μεταβλητή (που ονομάζεται βοηθητική τιμή).

Η «αφαίρεση» (abstraction) στα προβλήματα σημαίνει, μεταξύ άλλων, να ακολουθούμε μια διαδικασία ή έναν αλγόριθμο βήμα-βήμα, για να καταλάβουμε τι ακριβώς κάνει (αυτό λέγεται "στεγνή δοκιμή" ή "ιχνηλάτηση"). Μας βοηθά επίσης να καταλαβαίνουμε πότε κάτι δεν δουλεύει όπως θα έπρεπε. Σε αυτή την άσκηση, έπρεπε να εκτελέσουμε τις ρίψεις με τη σωστή σειρά, ενώ ταυτόχρονα αξιολογούσαμε αν οι τσιχλόφουσκες μπήκαν στα σωστά δοχεία ανά χρώμα στο τέλος της διαδικασίας.

Λίστες δέντρων					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	Μέτριο	-	-
Κίνα					

### Εκφώνηση:

Ο Αχιλλέας και η παρέα του αγαπούν την πεζοπορία. Κατά την διάρκεια των πεζοποριών τους, οι φίλοι του Αχιλλέα μαζεύουν πληροφορίες για διάφορα στοιχεία των δέντρων που ανακαλύπτουν και τις καταγράφουν στις παρακάτω λίστες.

	<p>Ο Νίκος συλλέγει πληροφορίες για το σχήμα των φύλλων (■). Σημειώνει το σχήμα και τα αντίστοιχα είδη δέντρων (🌳).</p>
	<p>Η Ελένη συλλέγει πληροφορίες για τα φρούτα (🍏). Σημειώνει το είδος του φρούτου και το είδος του δέντρου που ανήκει (🌳). Σημειώνει επίσης εάν το δέντρο είναι κωνοφόρο (🌲).</p>
	<p>Η Μαρία συλλέγει πληροφορίες για τον φλοιό του δέντρου. Σημειώνει το χρώμα που έχει (🎨), εάν το ξύλο του είναι κατάλληλο για την κατασκευή φωλιάς των καστόρων (🐿️) καθώς και το είδος του δέντρου στο οποίο ανήκει (🌳).</p>

Ο Αχιλλέας βρήκε ένα φύλλο στο δάσος και παρατηρεί το σχήμα του. Θέλει να βρει εάν ο φλοιός του δέντρου από το οποίο ανήκει το φύλλο είναι κατάλληλος για την κατασκευής μιας φωλιάς για τους κάστορες.

Ερώτηση:

Ποιους πρέπει να ρωτήσει ο Αχιλλέας, και με ποια σειρά, ώστε να βρει τη σωστή απάντηση;

Μόνο τη Μαρία.

Πρώτα τον Νίκο, μετά την Ελένη.

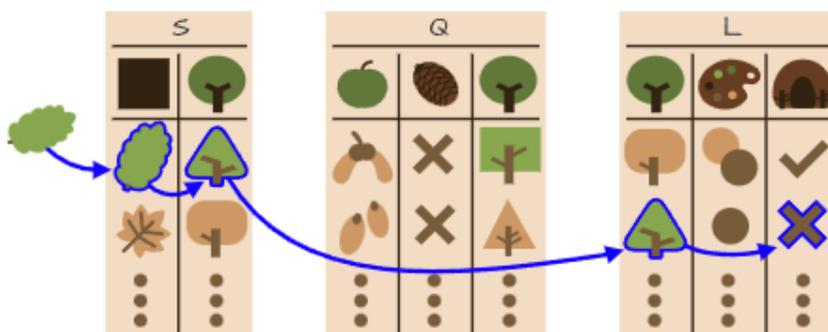
Πρώτα τον Νίκο, μετά την Μαρία.

Πρώτα την Ελένη, μετά τον Νίκο, μετά τη Μαρία.

**Λύση:**

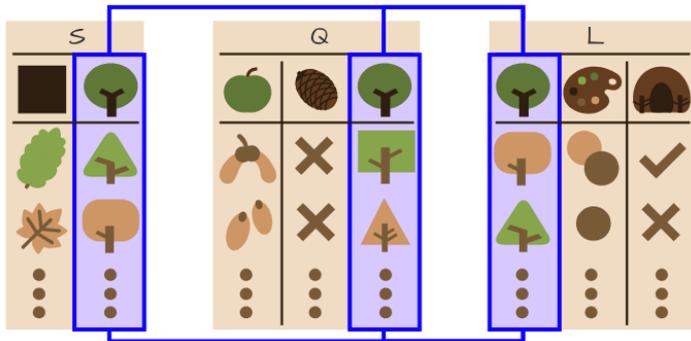
Η σωστή απάντηση είναι: Πρώτα τον Νίκο, μετά την Μαρία.

Η πληροφορία για τον τύπο του ξύλου (🌰) μπορεί να βρεθεί μόνο στον πίνακα της Μαρίας (Πίνακας L). Αλλά εάν ο Αχιλλέας έχει μόνο ως πληροφορία το φύλλο, δεν θα μπορέσει να βρει σειρά από τον Πίνακα L. Πρώτα πρέπει να βρει πληροφορίες για το είδος του δέντρου (🌳) ή το χρώμα του ξύλου (🌲). Ο πίνακας της Ελένης (Πίνακας Q) δεν έχει αναφορά στο σχήμα του φύλλου, αλλά ο Πίνακας του Νίκου (Πίνακας S) έχει. Γνωρίζοντας το σχήμα του φύλλου, ο Αχιλλέας μπορεί να διαλέξει τη σωστή σειρά του Πίνακα S και να πάρει την πληροφορία που του λείπει για το είδος του δέντρου (🌳). Μπορεί να χρησιμοποιήσει αυτές τις νέες πληροφορίες για να διαλέξει μετά τη σωστή σειρά από τον Πίνακα L για να πάρει πληροφορίες σχετικά με το ξύλο.



Για παράδειγμα, αν το φύλλο είναι φύλλο βελανιδιάς, τότε ο Αχιλλέας μπορεί να επιλέξει τη σωστή σειρά από τον Πίνακα L και να βρει ότι η βελανιδιά δεν έχει το κατάλληλο ξύλο για την κατασκευή μιας φωλιάς κάστορα.

Οι πίνακες είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους μέσα από ένα κοινό στοιχείο: το είδος του δέντρου (🌳). Εάν γνωρίζουμε αυτό το στοιχείο σαν πληροφορία, έχουμε πρόσβαση σε όλες τις πληροφορίες, σε όλους τους πίνακες.



### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Αυτή η άσκηση συνδυάζει διάφορες δεξιότητες υπολογιστικής σκέψης. Αφαίρεση: Οι μαθητές/τριες απλοποιούν το πρόβλημα εστιάζοντας σε σχετικά χαρακτηριστικά (το σχήμα του φύλλου και το περίγραμμα) και αγνοούν μη σημαντικά δεδομένα. Η αφαίρεση επικεντρώνεται στο "τι είναι σημαντικό". Διάσπαση: Η άσκηση μπορεί να χωριστεί σε μικρότερα βήματα: ανάγνωση των χαρακτηριστικών των φύλλων, εντοπισμός στοιχείων στον πίνακα που ταιριάζουν μεταξύ τους, και εύρεση του σωστού είδους δέντρου. Αναγνώριση προτύπων: Οι μαθητές/τριες ταιριάζουν τα χαρακτηριστικά των φύλλων στους πίνακες, συγκρίνοντας τα μοτίβα των χαρακτηριστικών κατά μήκος των σειρών για να βρουν ομοιότητες. Λογική σκέψη: Προκειμένου να περιορίσουν τις πιθανές απαντήσεις, οι μαθητές/τριες πρέπει να εφαρμόσουν επαγωγική λογική. Τέλος, πρέπει να χρησιμοποιήσουν την ικανότητα της αξιολόγησης, για να επαληθεύσουν ότι η τελική τους απόφαση ικανοποιεί όλες τις δοσμένες συνθήκες, διασταυρώνοντας τα δεδομένα τους για ακρίβεια.

Αυτή η άσκηση παρουσιάζει βασικές έννοιες των σχεσιακών βάσεων δεδομένων. Οι πίνακες που δημιουργούν οι φίλοι και φίλες του Αχιλλέα αντιπροσωπεύουν πίνακες σε μία βάση δεδομένων όπου κάθε στήλη είναι ένα χαρακτηριστικό (attribute) και κάθε σειρά μία εγγραφή (record). Η σύνδεση μεταξύ των πινάκων είναι μέσα από το κοινό στοιχείο που είναι το είδος του δέντρου (🌳). Αυτό αντικατοπτρίζει την έννοια των ξένων κλειδιών (foreign keys) σε μία σχεσιακή βάση δεδομένων, τα οποία εξασφαλίζουν τις σχέσεις μεταξύ των πινάκων. Η αναζήτηση του Αχιλλέα για πληροφορίες σχετικά με το αν ένα ξύλο είναι κατάλληλο για την κατασκευή μιας φωλιάς καστόρων αποτελεί ένα τυπικό ερώτημα (query) μιας βάσης δεδομένων. Το ερώτημα απαιτεί την ένωση πολλαπλών πινάκων για την απόκτηση των επιθυμητών πληροφοριών. Η λειτουργία της ένωσης συνδυάζει τις σειρές των διαφορετικών πινάκων με βάση το κοινό κλειδί τους. Αυτό επιτρέπει την ανάκτηση δεδομένων που είναι καταμεμημένα σε πολλούς πίνακες και τη συγχώνευσή τους σε ένα αποτέλεσμα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, τα είδη των δέντρων (🌳), το σχήμα των φύλλων (■) και τον τύπο του ξύλου (🪵).

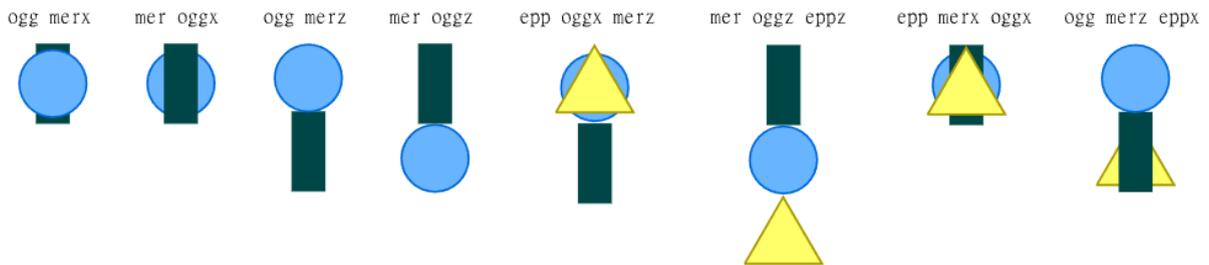
Γλώσσα καστόρων					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	Δύσκολο	-	-
Ιρλανδία					

**Εκφώνηση:**

Στην γλώσσα των καστόρων τα ονόματα των παρακάτω σχημάτων είναι:

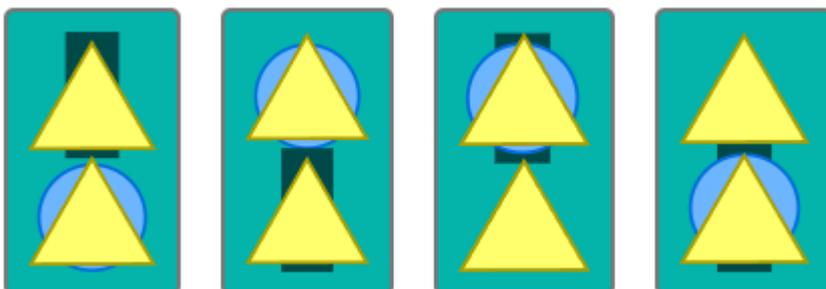


Όλοι οι τρόποι με τους οποίους ένα σχήμα μπορεί να βρίσκεται πίσω ή κάτω από ένα άλλο οριζόντια στις πρώτες τέσσερις εικόνες παρακάτω, χρησιμοποιώντας τις καταλήξεις "x" και "z". Ένα τρίτο σχήμα μπορεί να τοποθετηθεί σε σχέση με το δεύτερο χρησιμοποιώντας τον ίδιο ορισμό, όπως φαίνεται από την πέμπτη και τις επόμενες εικόνες.



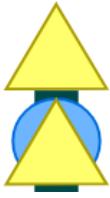
**Ερώτηση:**

Ποια από τις παρακάτω διατάξεις των σχημάτων μπορεί να περιγραφεί από την φράση epp eppz oggx merx;



**Λύση:**

Η σωστή απάντηση είναι η εξής:



Μας δίνονται τρεις λέξεις στην γλώσσα των καστόρων:

		
mer	ogg	epp

Μας δίνεται ο ορισμός που περιγράφουμε όλους τους πιθανούς τρόπους όπου ένα σχήμα μπορεί να είναι πίσω ή κάτω από ένα άλλο. Παρατηρούμε από τις εικόνες ότι οι διάφορες διατάξεις των σχημάτων ορίζονται από τις καταλήξεις x και z. Επιπλέον, γνωρίζουμε ότι το τρίτο σχήμα μπορεί να τοποθετηθεί σε σχέση με το δεύτερο, χρησιμοποιώντας τις ίδιες καταλήξεις.

ogg merx

→ η κατάληξη -x σημαίνει “πίσω”

“το ορθογώνιο είναι πίσω από τον κύκλο”

ogg merz

→ η κατάληξη -z σημαίνει “κάτω”

“το ορθογώνιο είναι κάτω από τον κύκλο”

mer oggz eppz

→ “ο κύκλος είναι κάτω από το ορθογώνιο”

→ “το τρίγωνο είναι κάτω από τον κύκλο”

epp merx oggx

→ “το ορθογώνιο είναι πίσω από το τρίγωνο”

→ “ο κύκλος είναι πίσω από το ορθογώνιο”

epp oggx merz

→ κατάληξη -x “ο κύκλος είναι πίσω από το τρίγωνο.”

→ κατάληξη -z “το ορθογώνιο είναι κάτω από τον κύκλο”

### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Στην επιστήμη των υπολογιστών, μια τυπική γλώσσα (formal language) είναι σαν μια γλώσσα που σχεδιάζουμε ειδικά για να καταλαβαίνουν οι υπολογιστές ακριβώς τι εννοούμε, χωρίς καμία σύγχυση. Η σύνταξη (syntax) είναι σαν τη γραμματική αυτών των τυπικών γλωσσών. Μας λέει ξεκάθαρα ποια σύμβολα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε (όπως γράμματα ή αριθμούς) και πώς πρέπει αυτά να συνδυαστούν σωστά για να γίνουν προτάσεις ή οδηγίες που βγάζουν νόημα και καταλαβαίνουν οι υπολογιστές. Σε αυτή την άσκηση, η “Γλώσσα των Καστόρων” είναι μια πολύ απλή τυπική γλώσσα. Χρησιμοποιεί το “mer” (για το

ορθογώνιο), το "ogg" (για τον κύκλο) και το "err" (για το τρίγωνο). Η σύνταξη της περιλαμβάνει τον κανόνα ότι προσθέτοντας τις καταλήξεις "x" ή "z" σε αυτά τα ονόματα σχημάτων, δείχνουμε ξεκάθαρα πώς πρέπει να τοποθετηθούν τα σχήματα με βάση συγκεκριμένους κανόνες – για παράδειγμα, αν το ένα είναι πίσω ή κάτω από το άλλο. Πράγματα όπως οι γλώσσες προγραμματισμού (όπως η Python ή η Java), οι μορφές δεδομένων όπως το JSON, η δομή των ιστοσελίδων με χρήση HTML και οι γλώσσες για βάσεις δεδομένων όπως η SQL, είναι όλα τυπικές γλώσσες. Πρέπει να γράφουμε σε αυτές τις γλώσσες ακολουθώντας τους δικούς τους, συγκεκριμένους κανόνες σύνταξης. Αν δεν βάλουμε τη σειρά ή τα σύμβολα ακριβώς σωστά σύμφωνα με τη σύνταξη, οι υπολογιστές δεν θα μπορούν να καταλάβουν ή να δουλέψουν σωστά με τις πληροφορίες. Αυτό μπορεί να κάνει τα προγράμματα να κολλήσουν (να κρυστάλλουν), τα δεδομένα να μην μπορούν να διαβαστούν, τις ιστοσελίδες να φαίνονται χαλασμένες και τις αναζητήσεις στις βάσεις δεδομένων να μη λειτουργούν.

Για να λύσεις αυτή την άσκηση χρησιμοποιείς τις λογικές σου δεξιότητες και την αναγνώριση προτύπων (pattern recognition) για να βρεις τις καταλήξεις που επαναλαμβάνονται και να τις ταιριάξεις με τη διάταξη των σχημάτων. Σε αυτή την περίπτωση, αυτό σημαίνει να ταιριάξεις τις καταλήξεις των λέξεων με τις θέσεις των σχημάτων. Μόλις καταλάβεις πώς συνδέονται οι διατάξεις με αυτές τις διαφορετικές καταλήξεις, θα μπορέσεις να χρησιμοποιήσεις την ίδια λογική για να βρεις τη σωστή απάντηση. Επίσης, χρειάζεσαι παραγωγικό συλλογισμό (deductive reasoning), όπου χρησιμοποιείς κανόνες για να βγάλεις συμπεράσματα και απαντήσεις μέσα από τα παραδείγματα που βλέπεις.

Προγραμματισμός μεταφορών					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	Δύσκολο	Μέτριο	Εύκολο
Ταϊλάνδη					

### Εκφώνηση:

Δύο κάστορες διαμορφώνουν μία ομάδα για να μεταφέρουν αλεύρι. Οι κανόνες είναι:

- Η Αναστασία κουβαλάει 13 κιλά αλευριού σε κάθε διαδρομή και της παίρνει μία ώρα να πάει από τον φούρνο στον μύλο και πίσω.
- Ο Μάριος κουβαλάει μόνο 5 κιλά αλλά τελειώνει κάθε διαδρομή σε 30 λεπτά.
- Δεν μπορούν να βρίσκονται και οι δύο έξω ταυτόχρονα, καθώς τουλάχιστον ένας πρέπει να μένει στο φούρνο για να εξυπηρετεί πελάτες.
- Μετά από 3 συνεχόμενες διαδρομές, κάθε κάστορας πρέπει να ξεκουραστεί για τουλάχιστον 30 λεπτά πριν ξεκινήσει την επόμενη.



Η Αναστασία και ο Μάριος θέλουν να μεταφέρουν όσο το δυνατόν περισσότερο αλεύρι σε οκτώ ώρες.

Ερώτηση:

Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστή;

**Η Αναστασία πρέπει να ξεκινήσει πρώτη.**

**Ο Μάριος πρέπει να ξεκινήσει πρώτος.**

**Ο Μάριος πρέπει να είναι τελευταίος.**

**Η Αναστασία δεν πρέπει να είναι τελευταία.**

**Ο Μάριος πρέπει να κάνει μία διαδρομή.**

### Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι: Η Αναστασία πρέπει να ξεκινήσει πρώτη.

Τα δεδομένα της άσκησης:

Αναστασία: 13 kg ανά διαδρομή, 1 ώρα ανά διαδρομή (13 kg/hour)

Μάριος: 5 kg ανά διαδρομή, 30 λεπτά ανά διαδρομή (10 kg/hour)

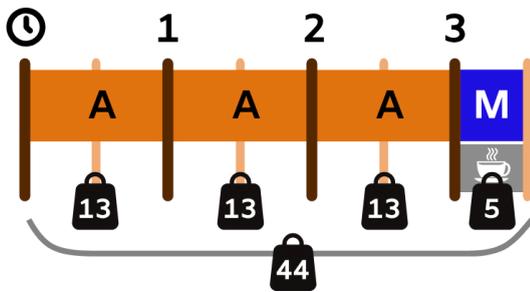
Ένας κάστορας πρέπει να είναι στον φούρνο

Κάθε κάστορας μπορεί να κάνει μεταφορές μέχρι και 3 φορές συνεχόμενα

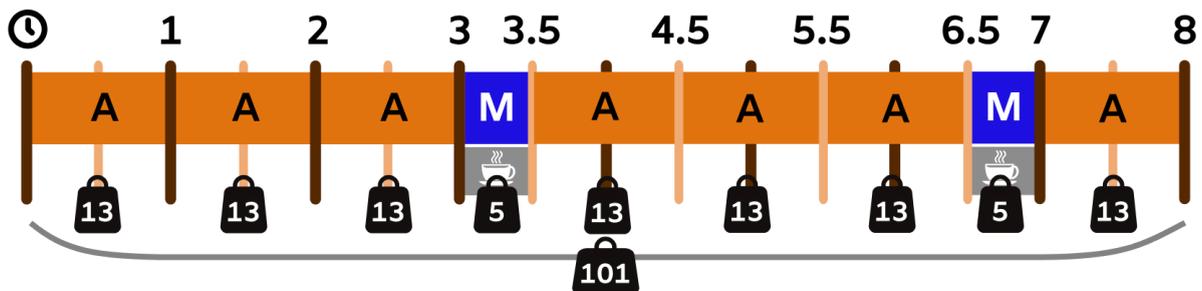
Καθώς ο ένας κάστορας ξεκουράζεται, ο άλλος συνεχίζει να δουλεύει

Καθώς η Αναστασία μπορεί να μεταφέρει 13 kg/hour συγκριτικά με τον Μάριο που μπορεί να μεταφέρει 10 kg/hour, η Αναστασία είναι πιο αποδοτική. Ωστόσο, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον Μάριο όποτε χρειάζεται να ξεκουραστεί η Αναστασία.

Αν η Αναστασία (A) κάνει τη διαδρομή τρεις φορές και ο Μάριος (M) μία, τότε μεταφέρουμε το μέγιστο ποσό αλευριού σε 3.5 ώρες:

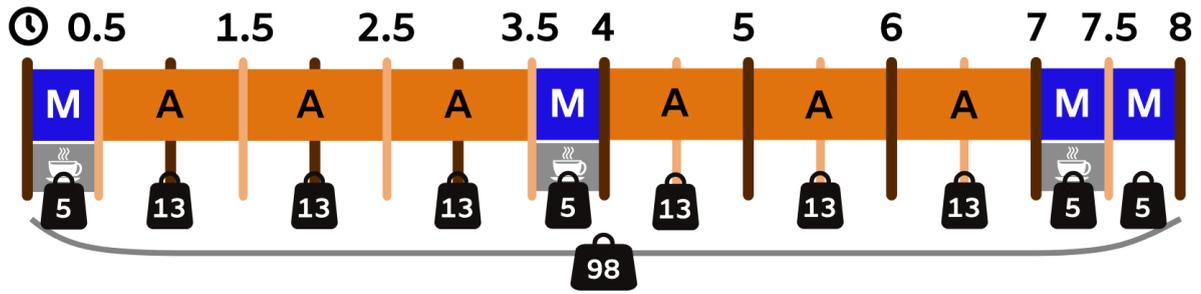


Τώρα η Αναστασία έχει ξεκουραστεί, οπότε επαναλαμβάνουμε το ίδιο (ξανά και ξανά) μέχρι να τελειώσει ο χρόνος:



Αν ο Μάριος ξεκινήσει πρώτος, τότε μετά από δύο γύρους από (M, A, A, A), απομένει μόνο μία ώρα. Εφόσον η Αναστασία πρέπει να ξεκουραστεί εκείνη την ώρα, ο Μάριος πρέπει να πάρει τους τελευταίους δύο γύρους. Αυτό αποτελεί λιγότερο αποδοτικό πρόγραμμα συγκριτικά με το προηγούμενο.

Η Αναστασία δεν μπορεί να κάνει 8 διαδρομές καθώς αυτό θα χρειαζόταν 8 ώρες που μεταφέρει αλεύρι + 2 \* 30 λεπτά ξεκούρασης = 9 ώρες, το οποίο είναι περισσότερο από το επιτρεπτό, με βάση την ερώτηση. Συνεπώς, η λύση που η Αναστασία κάνει 7 διαδρομές και ο Μάριος 2 είναι η βέλτιστη.



- Πρέπει να προγραμματίσουμε τις διαδρομές ακολουθώντας τους περιορισμούς για την ξεκούραση και την διατήρηση της θέσης στο φούρνο.
- Θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε το συνολικό ποσό αλευριού που μεταφέρεται (έχουμε έναν στόχο βελτιστοποίησης).
- Πρέπει να προγραμματίσουμε τον χρόνο μεταξύ της Αναστασίας και του Μάριου με αποδοτικό τρόπο.

Τα προβλήματα σχεδιασμού και βελτιστοποίησης εμφανίζονται σε πολλά προβλήματα της πληροφορικής, συμπεριλαμβανομένων αυτών που αφορούν την εκτέλεση εντολών από επεξεργαστές υπολογιστών όπου οι μονάδες αριθμητικής λογικής μπορούν να εκτελέσουν μόνο μία εντολή τη φορά (περιορισμός πληρότητας), οι εντολές που αφορούν την ανάγνωση δεδομένων από την μνήμη πρέπει να περιμένουν από τα δεδομένα να φτάσουν (παρόμοια λογική με την ξεκούραση), και ο βέλτιστος προγραμματισμός εκτελεί το πρόγραμμα πολύ πιο γρήγορα από έναν άλλο.

### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Η άσκηση αυτή απαιτεί ανάλυση, καθώς οι μαθητές/τριες πρέπει να χωρίσουν το πρόβλημα σε μικρότερα τμήματα για την μεταφορά αλευριού, συμπεριλαμβανομένων των διαδρομών και των περιόδων ξεκούρασης. Η αναγνώριση προτύπων παίζει σημαντικό ρόλο στην ταυτοποίηση αποδοτικών ακολουθιών από ενέργειες (π.χ. A, A, A, M) οι οποίες μπορούν να επαναληφθούν. Η εξαγωγή ακολουθιών χρειάζεται προκειμένου να ταξινομηθούν σωστά οι διαδρομές, τηρώντας τους κατάλληλους περιορισμούς όπως ο χρόνος ξεκούρασης και η διαρκής παρουσία κάποιου κάστορα στο φούρνο. Οι μαθητές/τριες χρησιμοποιούν αφαίρεση για να συγκρίνουν την αποδοτικότητα των μεταφορών (kg/hour) και πρέπει να εφαρμόσουν λογική σκέψη για να αξιολογήσουν πώς τα διαφορετικά προγράμματα επηρεάζουν τη συνολική μεταφορά στην πάροδο του χρόνου.

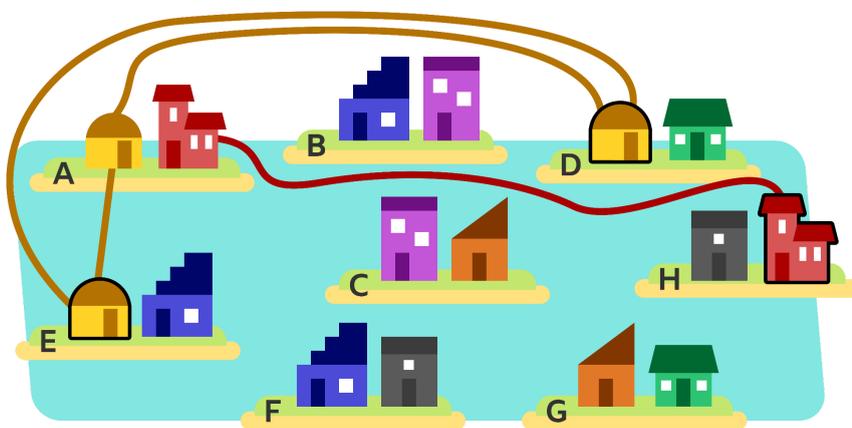
Η άσκηση αυτή είναι ένα κλασικό παράδειγμα σχεδιασμού και βελτιστοποίησης, όπου οι πόροι (resources) δηλαδή οι κάστορες πρέπει να οργανωθούν με βάση τον χρόνο για να μεγιστοποιηθεί ο συντελεστής απόδοσης (throughput). Αυτή η άσκηση περιλαμβάνει περιορισμούς όπως προϋποθέσεις ξεκούρασης και αμοιβαίο αποκλεισμό (μόνο ένας κάστορας μπορεί να είναι έξω), αντικατοπτρίζοντας ένα πραγματικό σενάριο προγραμματισμού της CPU ή ανάθεσης εργασιών. Υπογραμμίζει την εφαρμογή των greedy αλγορίθμων για την επίτευξη οριακά-βέλτιστων αποτελεσμάτων, στο πλαίσιο καθορισμένων ορίων και αντικατοπτρίζει προβλήματα στην εξισορρόπηση φόρτου και παράλληλης επεξεργασίας, όπου η αποδοτικότητα βασίζεται σε στρατηγική ταξινόμηση των εργασιών και διαχείρισης πόρων.

Μαγικά νησιά					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	Δύσκολο	Μέτριο	Εύκολο
Ιταλία					

### Εκφώνηση:

Μπορείς να ταξιδέψεις στα 8 μαγικά νησιά στην εικόνα! Για να πας από το ένα νησί στο άλλο, πρέπει αυτά να έχουν ένα τουλάχιστον ίδιο κτίριο.

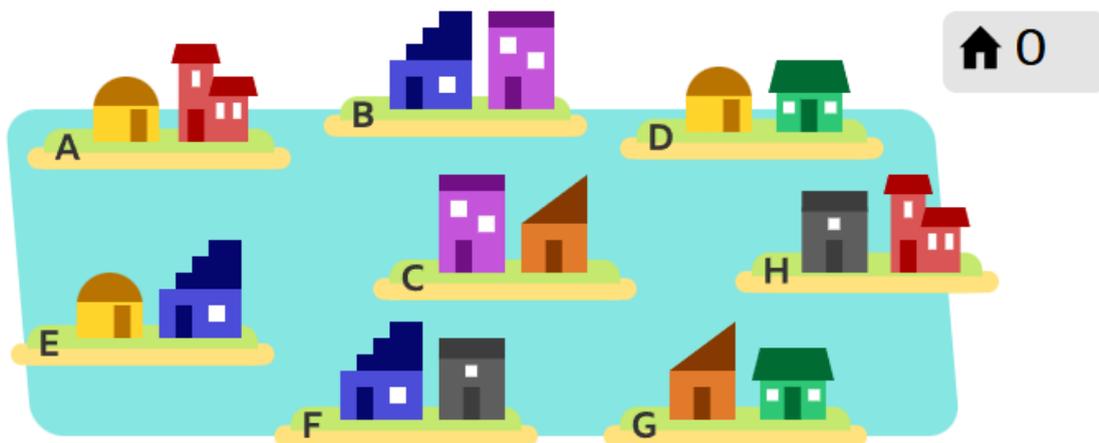
Για παράδειγμα, από το νησί Α, μπορείς να ταξιδέψεις στο νησί D ή Ε χρησιμοποιώντας το κίτρινο κτίριο στα αριστερά. Μπορείς επίσης να πας στο νησί Η χρησιμοποιώντας το κόκκινο κτίριο στα δεξιά.



Η Λυδία θέλει να ταξιδέψει από το νησί Α στο νησί C, επισκέπτοντας τα λιγότερα δυνατά κτήρια. Το κτήριο από το οποίο ξεκινάει ένα ταξίδι για το επόμενο νησί δεν μετράει ως επίσκεψη, άρα στο παράδειγμα τα, κτήρια του νησιού Α δεν θα μετρήσουν.

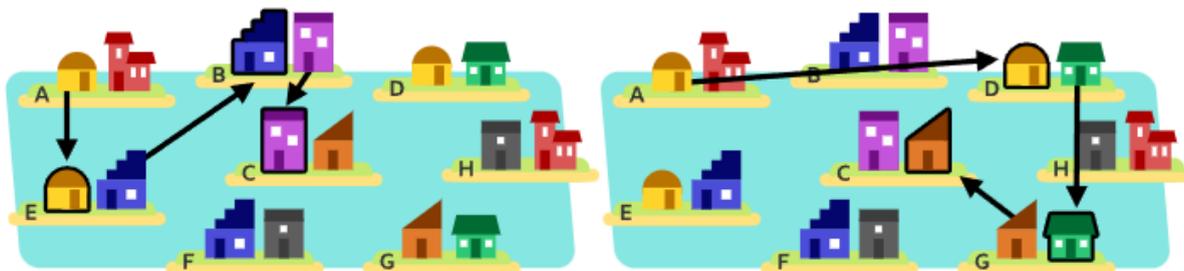
### Άσκηση:

Πάτα πάνω στα κτήρια που θα επισκεφτεί η Λυδία ώστε να πάει από το νησί Α στο νησί C. Σημείωση: Πάτησε μόνο τα κτήρια στα οποία θα φτάσει η Λυδία και όχι αυτά από όπου θα ξεκινήσει.

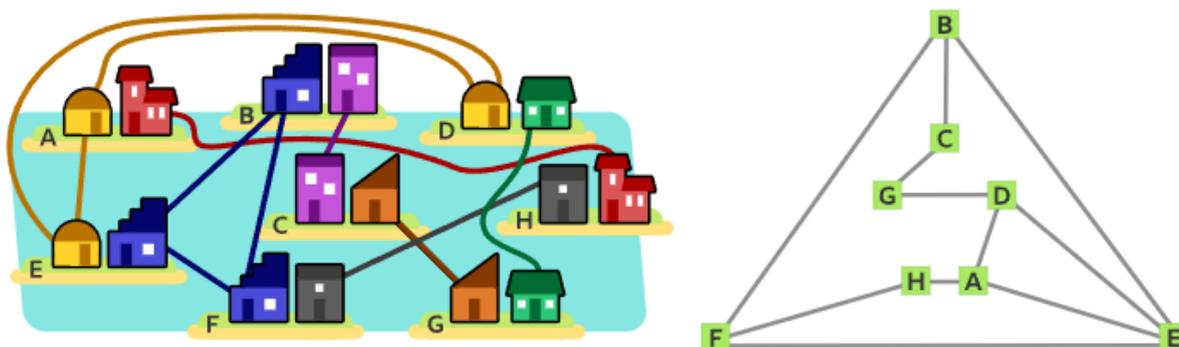


**Λύση:**

Υπάρχουν δύο σωστές επιλογές, ανάλογα με τις διαδρομές που θα πάρει η Λυδία.

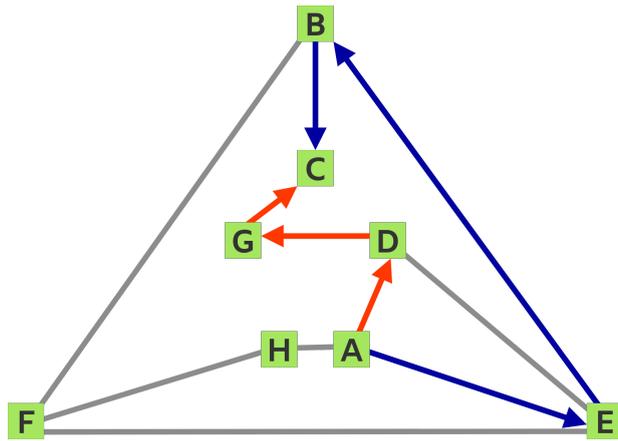


Για να καταλήξουμε σε αυτό, πρέπει να παρατηρήσουμε τα κτήρια που συνδέονται επειδή είναι ίδια. Μετά, μπορούμε να κατασκευάσουμε έναν απλοποιημένο χάρτη.



Η συντομότερη διαδρομή από το A στο C απαιτεί να επισκεφτεί 3 κτήρια, όπως φαίνεται στο διάγραμμα παρακάτω.

Το διάγραμμα δείχνει δύο διαφορετικές διαδρομές από το A στο C σε τρία βήματα.



### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Στην πληροφορική, το διάγραμμα της άσκησης λέγεται γράφος. Ένας γράφος αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων (στην άσκηση οι κόμβοι είναι τα νησιά), και ένα σύνολο από συνδέσεις, που λέγονται ακμές, μεταξύ των κόμβων.

Η χρήση των γραφών είναι πολύ διαδεδομένη στην πληροφορική, καθώς αποτελούν μία φυσική και χρήσιμη δομή δεδομένων για την μοντελοποίηση πολλών καταστάσεων, συμπεριλαμβανομένων των δυαδικών σχέσεων μεταξύ διαφορετικών στοιχείων. Στην περίπτωση της άσκησης, τα στοιχεία είναι τα νησιά, και η δυαδική σχέση μεταξύ τους, η οποία αναπαρίσταται από τον γράφο, είναι αυτή που "δημιουργούν οι μαγικές πόρτες". Άλλα παραδείγματα δυαδικών σχέσεων είναι οι φιλίες (μεταξύ ζευγών ανθρώπων) ή οι συνδέσεις υποδομής όπως οι σιδηροδρομικές σχέσεις (μεταξύ ζευγών πόλεων).

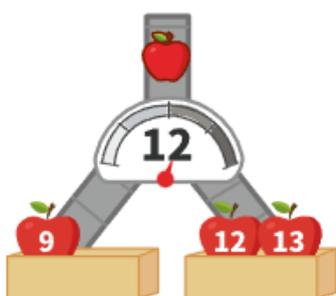
Στο τέλος της άσκησης, τίθεται το πρόβλημα του να φτάσουμε στο νησί C από το νησί A. Χρησιμοποιώντας την ορολογία των γραφών, το πρόβλημα μπορεί να αναδιατυπωθεί ως "εύρεση μιας διαδρομής" από τον κόμβο A στον κόμβο C. Συγκεκριμένα, μας ενδιαφέρει να προσδιορίσουμε το μήκος της συντομότερης διαδρομής μεταξύ όλων των διαδρομών από το A στο C. Όταν μοντελοποιήσουμε την κατάσταση ως γράφημα και επαναδιατυπώσουμε το πρόβλημα με όρους γραφημάτων, είναι πολύ πιο εύκολο να προσδιορίσουμε την λύση. Σε πιο σύνθετες περιπτώσεις, η αναπαράσταση με χρήση γραφών είναι πολύ χρήσιμη επειδή καθιστά δυνατή την εφαρμογή γνωστών αλγορίθμων που χειρίζονται (αφηρημένα) γράφους, για να βρουν τη λύση σε διαφορετικά (συγκεκριμένα) προβλήματα που θέλει να λύσει κάποιος.

Μηχανή ταξινόμησης μήλων					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	-	Εύκολο	-
Ταϊβάν					

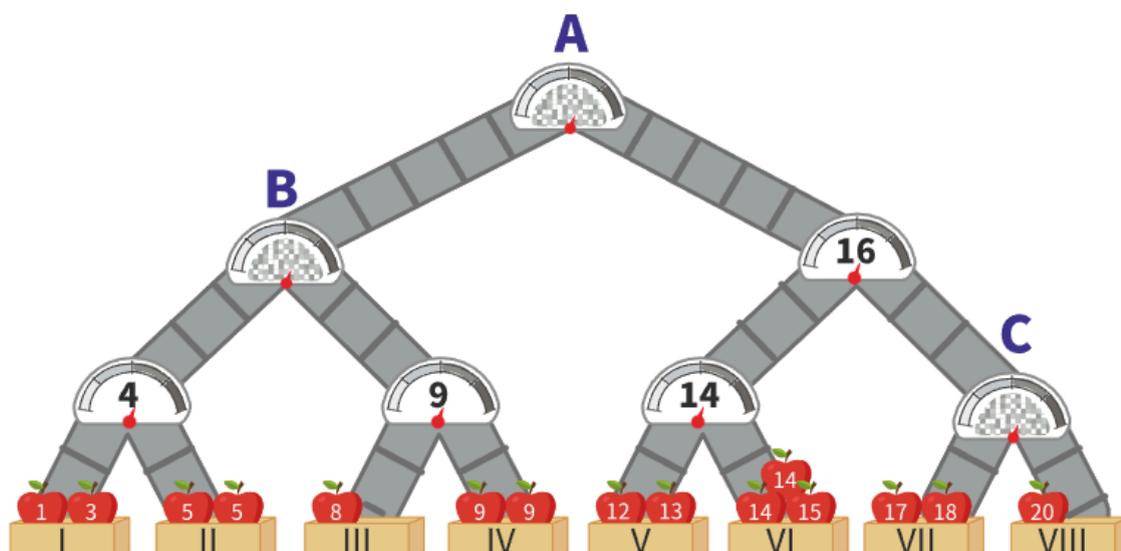
### Εκφώνηση:

Στον κήπο των καστόρων, τα μήλα ταξινομούνται σε 8 κατηγορίες με βάση το βάρος τους, όπου τα μήλα της ίδιας κατηγορίας στέλνονται στην ίδια συσκευασία.

Για να διαχειριστεί την συγκομιδή με αποδοτικό τρόπο, ο κύριος Κάστορας κατασκευάζει μία αυτόματη μηχανή ταξινόμησης. Αρχικά, βάζει τα μήλα στην κορυφή της μηχανής. Όσο ένα μήλο κινείται μέσα στη μηχανή, περνάει από αισθητήρες βάρους που καθορίζουν το μονοπάτι του: αν το βάρος του μήλου είναι ίσο ή μεγαλύτερο από την τιμή του αισθητήρα, τότε πέφτει από τον δεξιό σωλήνα, αλλιώς πέφτει από τον αριστερό. Ο αριθμός κάθε μήλου αντιστοιχεί στο βάρος του.



Η μηχανή έχει ήδη ταξινομήσει κάποια μήλα, και το αποτέλεσμα φαίνεται στην εικόνα παρακάτω. Οι οθόνες στους αισθητήρες βάρους Α, Β και C έχουν σπάσει, οπότε πρέπει να βρούμε τις ενδείξεις τους.



Ερώτηση:

Ποιες από τις παρακάτω ενδείξεις θα μπορούσαν να είναι σωστές για τους αισθητήρες βάρους A, B, C;

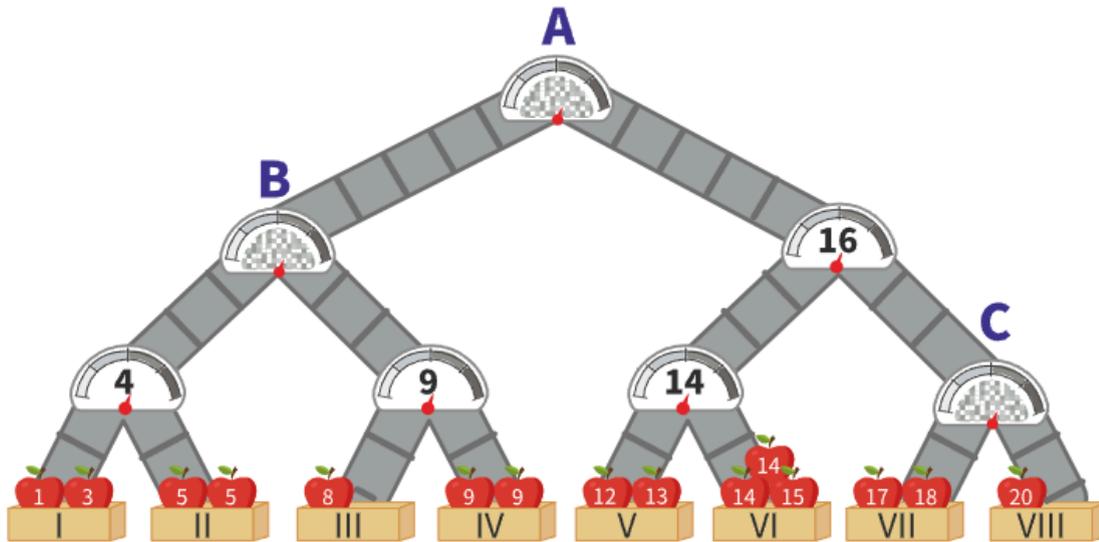


Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι:



Η παρακάτω εικόνα δείχνει την μηχανή ταξινόμησης όπου τα μήλα είναι ταξινομημένα σε 8 κατηγορίες (από I έως VII).



Βασιζόμαστε τον κανόνα: "Τα μήλα με βάρος ίσο ή μεγαλύτερο από την ένδειξη του αισθητήρα πάνε στα δεξιά, και τα μήλα με βάρος μικρότερο της ένδειξης πάνε στα αριστερά." Επομένως, παρατηρώντας την εικόνα μπορούμε να υπολογίσουμε τις πιθανές ενδείξεις για τους αισθητήρες A, B και C.

- Αισθητήρας A: Τα μήλα που έχουν βάρος από 1 έως 9 είναι στα αριστερά του (κατηγορία I έως IV), και τα μήλα με βάρος από 12 έως 20 είναι στα δεξιά του (κατηγορία V έως VIII), οπότε η ένδειξη του αισθητήρα πρέπει να είναι 10, 11 ή 12.
- Αισθητήρας B: Τα μήλα που έχουν βάρος από 1 έως 5 είναι στα αριστερά του (κατηγορία I έως II), και τα μήλα με βάρος από 8 έως 9 είναι στα δεξιά του (κατηγορία III έως IV), οπότε η ένδειξή του πρέπει να είναι 6, 7, ή 8.
- Αισθητήρας C: Τα μήλα που έχουν βάρος από 17 έως 18 είναι στα αριστερά του (κατηγορία VII), και τα μήλα με βάρος 20 είναι στα δεξιά του (κατηγορία VIII), οπότε η ένδειξή του πρέπει να είναι 19 ή 20.

Επομένως, με βάση την παραπάνω παρατήρηση.

- Η επιλογή A είναι λανθασμένη, επειδή η ένδειξη του αισθητήρα B δεν μπορεί να είναι 5. Αν ήταν 5, τότε ένα μήλο με βάρος 5 θα πήγαινε στα δεξιά του και θα τοποθετούνταν στην κατηγορία III. Όμως, το αποτέλεσμα δείχνει ότι το μήλο με βάρος 5 καταλήγει στην κατηγορία II, η οποία βρίσκεται στα αριστερά.
- Η επιλογή B είναι λανθασμένη, επειδή η ένδειξη του αισθητήρα C δεν μπορεί να είναι 17. Αν ήταν 17, τότε τα μήλα με βάρος 17 και 18 θα πήγαιναν στα δεξιά του, και θα κατέληγαν στην κατηγορία VIII. Όμως, είναι τοποθετημένα στην κατηγορία VII, η οποία βρίσκεται στα αριστερά.
- Η επιλογή C είναι σωστή, καθώς όλες οι ενδείξεις των αισθητήρων είναι σύμφωνες με τα παρατηρούμενα αποτελέσματα της ταξινόμησης.
- Η επιλογή D είναι λανθασμένη, επειδή η ένδειξη του αισθητήρα A δεν μπορεί να είναι 13. Αν ήταν 13, τότε ένα μήλο με βάρος 12 θα πήγαινε στα αριστερά. Όμως είναι τοποθετημένο στην κατηγορία V, η οποία είναι στα δεξιά.

Επομένως, η σωστή απάντηση είναι η επιλογή C.

### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Σε αυτή την άσκηση, το μηχάνημα διαλογής λειτουργεί σαν ένα δυαδικό δέντρο αναζήτησης (binary search tree), που είναι μια δομή δεδομένων στην επιστήμη των υπολογιστών. Μια χρήση των δυαδικών δέντρων είναι να ταξινομούν δεδομένα, ώστε η αναζήτησή τους να γίνεται γρήγορα και αποδοτικά. Το μηχάνημα σε αυτή την άσκηση χρησιμοποιεί ένα δέντρο που ονομάζεται δέντρο B+ (B+ tree): κάθε κόμβος (σημείο) έχει έναν ειδικό αριθμό που λέγεται «κλειδί» (key). Κατά την ταξινόμηση, ξεκινάς από την κορυφή του δέντρου και συγκρίνεις τον αριθμό που ψάχνεις με το κλειδί στον πάνω-πάνω κόμβο. Αν ο αριθμός σου είναι μικρότερος από αυτό το κλειδί, πηγαίνεις αριστερά. Διαφορετικά, πηγαίνεις δεξιά. Η διαδικασία της σύγκρισης επαναλαμβάνεται με τον επόμενο κόμβο μέχρι να φτάσεις στο τέλος του κλαδιού. Ο τελευταίος κόμβος ονομάζεται «φύλλο» (leaf). Εκεί αποθηκεύονται τα δεδομένα. Η ίδια διαδικασία εφαρμόζεται και όταν πρέπει να αναζητήσεις δεδομένα. Ορισμένα δέντρα B+ μπορούν να έχουν περισσότερα κλειδιά σε κάθε κόμβο· σε τέτοια δέντρα, κάθε κόμβος έχει περισσότερα από δύο κλαδιά.

Για να λύσουν αυτή την άσκηση, οι μαθητές πρέπει να κατανοήσουν τη σειρά και να βρουν τα όρια που χωρίζουν τις ομάδες (βρίσκοντας τον μεγαλύτερο αριθμό στο δεξί υποδέντρο και τον μικρότερο αριθμό στο αριστερό υποδέντρο). Η ταξινόμηση σε ομάδες (blocks) χρησιμοποιείται για να επιταχύνει τη διαδικασία της αναζήτησης. Οι σύγχρονες βάσεις δεδομένων αποθηκεύουν τεράστιες ποσότητες πληροφοριών, και η διαδικασία αναζήτησης μιας συγκεκριμένης τιμής θα ήταν πολύ αργή χωρίς τέτοιες δομές. Επομένως, τα δέντρα B+ χρησιμοποιούνται σε βάσεις δεδομένων και συστήματα αρχείων για να βοηθήσουν τους υπολογιστές να οργανώνουν και να βρίσκουν μεγάλες ποσότητες δεδομένων γρήγορα και αποδοτικά. Είναι γρήγορα και καλά οργανωμένα, ακριβώς όπως αυτό το μηχάνημα διαλογής τοποθετεί γρήγορα κάθε μήλο στο σωστό κουτί.

Χαλασμένο ψηφίο					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	-	Μέτριο	Εύκολο
Τσεχία					

### Εκφώνηση:



Ένα ψηφιακό ρολόι εμφανίζει την ώρα χρησιμοποιώντας τέσσερα ψηφία και ανανεώνεται κάθε λεπτό. Η θέση για κάθε ψηφίο αποτελείται από επτά τμήματα LED τα οποία μπορεί να είναι αναμμένα (ή και όχι).

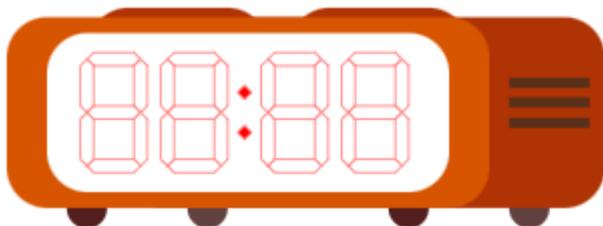
Η παρακάτω εικόνα δείχνει πώς αναπαρίστανται κάθε ένας από τους αριθμούς από 0 έως 9:



Τα τμήματα LED αλλάζουν με κάθε ενεργοποίηση (από κλειστά σε ανοιχτά). Το τμήμα που δέχεται τις περισσότερες ενεργοποιήσεις είναι αυτό που θα χρειαστεί πρώτο αντικατάσταση. Προσοχή: όχι το LED που παραμένει αναμμένο περισσότερο!

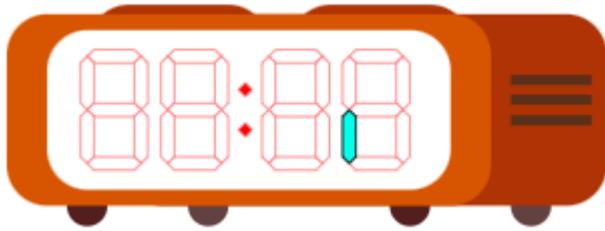
### Ερώτηση:

Ποια από τα 28 τμήματα θα χρειαστεί πρώτο αντικατάσταση; Κάνε κλικ σε αυτό και αποθήκευσε την επιλογή σου.



### Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι η εξής:



Κάθε ψηφίο στην οθόνη αντιπροσωπεύει μία διαφορετική χρονική περίοδο: τα δέκατα της ώρας, τις ώρες, τα δέκατα του λεπτού, τα λεπτά. Το δεξιότερο ψηφίο, π.χ. το ψηφίο 4, δείχνει τις αλλαγές στα λεπτά πιο συχνά. Πριν αλλάξει οποιοδήποτε άλλο ψηφίο, όλα τα τμήματα στο δεξιότερο ψηφίο θα αλλάξουν. Το "περισσότερο ενεργοποιημένο" τμήμα θα είναι στο τέταρτο ψηφίο και ο κωδικός του τμήματός του είναι E.



Θα διατρέξουμε τα 7 τμήματα του δεξιότερου ψηφίου και θα βρούμε πόσες φορές θα ενεργοποιηθούν (θα ανοιχτούν) πριν αλλάξουν όλα τα ψηφία από 0 σε 9.



Η εικόνα δείχνει αυτόν τον έλεγχο. Ένα τμήμα είναι ενεργοποιημένο (είναι ανοιχτό το LED) όταν είναι ανοιχτό στο τρέχον ψηφίο αλλά όχι στο κοντινότερο από τα αριστερά του. Κάθε ενεργοποίηση του τμήματος σημειώνεται με το γράμμα αυτού του τμήματος. Το πλήθος των ενεργοποιήσεων είναι το πλήθος των γραμμάτων σε όλη την εικόνα.

Ο πίνακας φτιάχνει ένα άθροισμα αυτού του ελέγχου. Η κεντρική στήλη δείχνει τα ψηφία στα οποία ενεργοποιήθηκε το τμήμα. Η δεξιά στήλη απαριθμεί το πλήθος των ψηφίων που ενεργοποιούν το κάθε τμήμα, δηλαδή το πλήθος των τμημάτων που ενεργοποιούνται.

Τμήμα	Αριθμός που ενεργοποιεί την ενεργοποίηση του τμήματος	Πλήθος τμημάτων που ενεργοποιούνται
A	2, 5	2
B	7	1
C	3	1
D	2, 5, 8	3
E	2, 6, 8, 0	4

F	4, 8	2
G	2, 8	2

Το τμήμα που ενεργοποιείται πιο συχνά είναι το Ε στο τέταρτο ψηφίο και ο κωδικός του είναι 4Ε.

### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Η άσκηση απαιτεί από τους μαθητές/τριες να εφαρμόσουν λογική σκέψη προκειμένου να αποφανθούν ποιο τμήμα του συστήματος περνά τις περισσότερες αλλαγές κατάστασης. Αντί να ελέγξουν και τα 28 τμήματα στα 4 ψηφία, καθοδηγούνται στο να αποσυνθέσουν το σύστημα - συνειδητοποιώντας ότι μόνο το δεξιότερο ψηφίο (μονάδες λεπτών) αλλάζει κάθε λεπτό και εντοπίζοντας ποια τμήματα ενεργοποιούνται συχνότερα. Στην ανάλυση αυτού του ψηφίου, οι μαθητές/τριες χρησιμοποιούν αναγνώριση προτύπων για να παρακολουθήσουν την ενεργοποίηση των τμημάτων σε όλες τις μεταβάσεις κατάστασης των ψηφίων (π.χ. από 1 σε 2 ή από 9 σε 0). Μετρούν το πλήθος των φορών που ένα τμήμα μεταβάλλεται από κλειστό σε ανοιχτό. Η άσκηση επίσης μοντελοποιεί την αφαίρεση: αντί να αναλύουν όλες τις μεταβάσεις σε μία πλήρη 24ωρη περίοδο οι μαθητές/τριες εστιάζουν σε ένα αντιπροσωπευτικό ψηφίο σε έναν πλήρη κύκλο λεπτών. Αυτό απλοποιεί το πρόβλημα χωρίς να διακυβεύεται η ακρίβειά του - αντικατοπτρίζοντας τον τρόπο με τον οποίο η αφαίρεση χρησιμοποιείται για την αποτελεσματική μοντελοποίηση και την συλλογιστική σκέψη, όσον αφορά πολύπλοκα συστήματα.

Η άσκηση αυτή βασίζεται στην αναπαράσταση δεδομένων, συγκεκριμένα χρησιμοποιώντας οθόνη επτά τμημάτων για την αναπαράσταση δεκαδικών ψηφίων 0-9. Αυτές οι οθόνες είναι συνήθεις σε καθημερινές ψηφιακές συσκευές όπως ρολόγια και μετρητές, όπου οι αριθμοί εμφανίζονται με φωτεινούς συνδυασμούς επτά τμημάτων. Η άσκηση μοντελοποιεί τον τρόπο με τον οποίο τα δεδομένα αναπαρίστανται οπτικά και τον τρόπο με τον οποίο οι αλλαγές κατάστασης (μεταβάσεις από ανοιχτά LED σε κλειστά) μπορούν να παρακολουθούνται και να αναλύονται - αντικατοπτρίζοντας τον τρόπο με τον οποίο τα ψηφιακά συστήματα καταγράφουν την χρήση ή τη φθορά με την πάροδο του χρόνου. Επίσης, εστιάζει στα αριθμητικά συστήματα: ενώ τα ψηφία που εμφανίζονται είναι στο δεκαδικό σύστημα, το ρολόι λειτουργεί υπό τους περιορισμούς της εξηκονταδικής χρονομέτρησης (βάση 60 για τα λεπτά) και βάση 24 για τις ώρες, εισάγοντας τους μαθητές σε πρακτικές εφαρμογές μη δεκαδικών βάσεων σε υπολογιστικά συστήματα. Η κατανόηση αυτών των αναπαραστάσεων είναι θεμελιώδης όσον αφορά τον τρόπο με τον οποίο οι υπολογιστές χειρίζονται τα δεδομένα και τον χρόνο.

Μέσα μεταφοράς					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	-	Δύσκολο	Μέτριο
Λιθουανία					

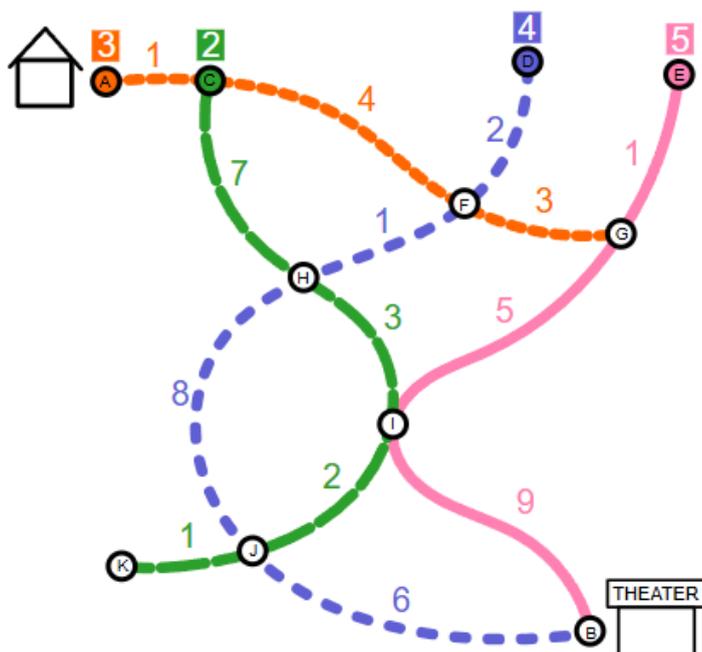
### Εκφώνηση:

Η Έφη θέλει να πάει σε ένα θέατρο με το λεωφορείο από το σπίτι της. Υπάρχουν 4 γραμμές απλής μετάβασης για λεωφορεία που λειτουργούν στην πόλη. Οι στάσεις λεωφορείων είναι σημειωμένες με μαύρους κύκλους. Οι γραμμές λεωφορείων είναι σημειωμένες με γραμμές διαφορετικού χρώματος. Οι χρωματιστές στάσεις λεωφορείων αντιπροσωπεύουν το σημείο εκκίνησης μίας γραμμής.

Τα πρώτα λεωφορεία αναχωρούν ταυτόχρονα σε κάθε γραμμή από τις στάσεις εκκίνησης. Στη συνέχεια, κάθε γραμμή στέλνει ένα λεωφορείο ανά διαφορετικά χρονικά διαστήματα. Οι αριθμοί σε χρωματιστό φόντο αντιπροσωπεύουν το χρονικό διάστημα μεταξύ των αναχωρήσεων των λεωφορείων σε λεπτά.

Για παράδειγμα, η πορτοκαλί γραμμή στέλνει ένα λεωφορείο κάθε 3 λεπτά - στα λεπτά 0, 3, 6, 9 κ.ο.κ.. Οι αριθμοί κοντά στα τμήματα των γραμμών αντιπροσωπεύουν πόσα λεπτά χρειάζεται ένα λεωφορείο για να κάνει την απόσταση μεταξύ δύο στάσεων. Ο χρόνος της στάσης του λεωφορείου και της επιβίβαση των επιβατών είναι αμελητέος (0 λεπτά).

Οι στάσεις με δύο ή περισσότερες γραμμές λεωφορείων που τέμνονται μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πραγματοποίηση μίας ανταλλαγής λεωφορείων. Εάν η Έφη φτάσει σε ένα σημείο διασταύρωσης, μπορεί να επιβιβαστεί σε ένα άλλο λεωφορείο που φτάνει εκεί την ίδια ώρα ή αργότερα από εκείνη.



Ερώτηση:

Εάν η Έφη αναχωρήσει με το πρώτο πορτοκαλί λεωφορείο, ποιες στάσεις (συμπεριλαμβάνοντας την αρχική και την τελική) θα επισκεφτεί με στόχο να φτάσει στο θέατρο στον ελάχιστο δυνατό χρόνο;



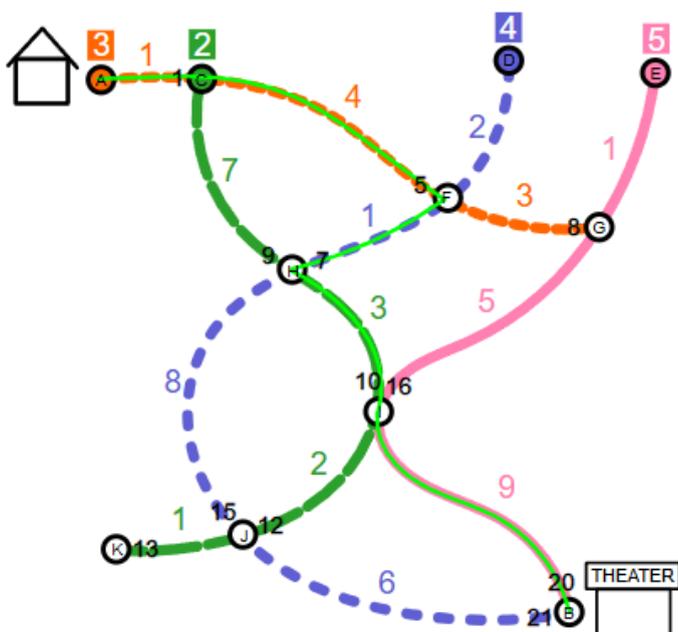
Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι ότι θα επισκεφτεί τις στάσεις: A, C, F, H, I και B. Για την διαδρομή αυτή απαιτούνται 20 λεπτά.

Μπορούμε να βρούμε την απάντηση διαλέγοντας πρώτα μία στάση που γνωρίζουμε τον γρηγορότερο χρόνο άφιξης σε αυτή (αρχικά, αυτή είναι η στάση A). Στη συνέχεια, μπορούμε να υπολογίσουμε τους χρόνους άφιξης στις στάσεις που είναι προσβάσιμες από εκείνη. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται με διαφορετικές στάσεις έως ότου βρεθεί ο ταχύτερος τρόπος να φτάσουμε στον προορισμό.

Κάθε στάση μπορεί να έχει πολλές πιθανές διαδρομές άφιξης με διαφορετικούς χρόνους, αλλά λαμβάνουμε υπόψη μόνο τον γρηγορότερο. Μόνο όταν δοκιμάσουμε όλες τις πιθανές αφίξεις και βρούμε τον ταχύτερο χρόνο, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη στάση για τον υπολογισμό των χρόνων των στάσεων που προσεγγίζονται από αυτή.

Η εφαρμογή της μεθοδολογίας αυτού του προβλήματος περιγράφεται παρακάτω.



Η σωστή διαδρομή είναι επισημασμένη. Οι αριθμοί δίπλα από κάθε στάση δείχνουν τον ελάχιστο χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει κανείς στη στάση από κάθε κατεύθυνση.

Μπορούμε να φτάσουμε στην στάση C σε 1 λεπτό, παίρνοντας το πρώτο πορτοκαλί λεωφορείο.

Ομοίως, μπορούμε να φτάσουμε στην στάση F σε 5 λεπτά και στη στάση G σε 8.

Μπορούμε να φτάσουμε στην στάση I από την στάση G παίρνοντας το τρίτο ροζ λεωφορείο (που έχει 3 λεπτά αναμονή), σε συνολικά  $8 + 3 + 5 = 16$  λεπτά.

Μπορούμε να φτάσουμε στην στάση H από την στάση C (όπου στο πρώτο λεπτό φτάσαμε στην στάση C) με το δεύτερο πράσινο λεωφορείο αφού περιμένουμε 1 λεπτό και ταξιδέψουμε με το λεωφορείο για 7 λεπτά, δηλαδή σε  $1 + 1 + 7 = 9$  λεπτά συνολικά από την αρχή.

Επίσης, μπορούμε να φτάσουμε στην στάση H από τη στάση F (αφού έχουμε φτάσει στην F στο πέμπτο λεπτό) μέσω του δεύτερου μπλε λεωφορείου σε 1 λεπτό, μετά από 1 λεπτό αναμονής, άρα συνολικά σε  $5 + 1 + 1 = 7$  λεπτά. Αυτό είναι γρηγορότερο από τα 9 λεπτά που υπολογίσαμε προηγουμένως και για αυτό ο νέος αριθμός χρησιμοποιείται για τους επόμενους υπολογισμούς. Ο γρηγορότερος χρόνος άφιξης που βρήκαμε σημαίνει επίσης ότι μπορούμε να πάρουμε το πρώτο πράσινο λεωφορείο για να φτάσουμε στην στάση I σε  $7 + 3 = 10$  λεπτά συνολικά. Αυτός ο νέος χρόνος άφιξης στη στάση I είναι γρηγορότερος από αυτό που υπολογίσαμε προηγουμένως, που ήταν 16 λεπτά, οπότε απορρίπτουμε τον προηγούμενο χρόνο και δεν τον χρησιμοποιούμε για τους επόμενους υπολογισμούς. Εφόσον αυτός είναι ο γρηγορότερος χρόνος άφιξης στη στάση I, το ίδιο λεωφορείο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να φτάσουμε στη στάση J σε  $10 + 2 = 12$  λεπτά, και στη στάση K σε  $12 + 1 = 13$  λεπτά.

Μπορούμε να φτάσουμε στην στάση J και από την H σε  $7 + 8 = 15$  λεπτά. Αυτό είναι πιο αργό, οπότε και απορρίπτεται.

Από τη στάση I, το δεύτερο ροζ λεωφορείο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να φτάσουμε στη στάση B (στον προορισμό) αφού περιμένουμε 1 λεπτό, συνολικά σε  $10 + 1 + 9 = 20$  λεπτά. Όμως, αυτή δεν είναι η τελική απάντηση, γιατί μπορούμε να φτάσουμε στην στάση B και από τη στάση J. Αυτό γίνεται μέσω του δεύτερου μπλε λεωφορείου αφού περιμένουμε για 3 λεπτά και ταξιδέψουμε για 6 λεπτά, σε  $12 + 3 + 6 = 21$  λεπτά συνολικά. Αυτό είναι περισσότερο από 20 λεπτά, οπότε τα 20 λεπτά που υπολογίσαμε προηγουμένως είναι η σωστή απάντηση.

### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Ο χάρτης των λεωφορείων αποτελείται από πολλές στάσεις που συνδέονται με μονόδρομες διαδρομές. Οι διαδρομές των λεωφορείων έχουν ξεχωριστά τμήματα ανάμεσα σε δύο στάσεις, τα οποία χρειάζονται έναν συγκεκριμένο χρόνο για να διασχιστούν. Αυτό το είδος οργάνωσης μοιάζει με ένα «κατευθυνόμενο γράφημα με βάρη» (weighted directed graph). Οι στάσεις θεωρούνται κορυφές (σημεία) και τα τμήματα των διαδρομών θεωρούνται ακμές (γραμμές). Η δομή όπου τα σημεία συνδέονται με γραμμές ονομάζεται γράφημα. Επειδή οι

διαδρομές είναι μονόδρομοι, οι συνδέσεις μεταξύ των σημείων (οι γραμμές) έχουν μόνο μία κατεύθυνση, κάτι που κάνει το γράφημα «κατευθυνόμενο». Και επειδή κάθε τμήμα διαδρομής έχει διαφορετικό χρόνο για να το διασχίσεις (ή αλλιώς ένα "βάρος" στη γραμμή), το γράφημα έχει "βάρη". Η μόνη διαφορά είναι ότι ο χρόνος από τη μία στάση στην άλλη δεν εξαρτάται μόνο από την απόσταση, αλλά και από την ώρα άφιξης και τους χρόνους κίνησης του λεωφορείου. Ένα κανονικό γράφημα με βάρη έχει σταθερά βάρη (χρόνους) στις γραμμές, τα οποία δεν εξαρτώνται από την ώρα άφιξης. Το πρόβλημα εδώ είναι να βρούμε τη συντομότερη διαδρομή ανάμεσα σε δύο σημεία του γραφήματος. Αυτή η άσκηση συναντάται συχνά σε διάφορα προβλήματα πληροφορικής και είναι μια απλοποιημένη εκδοχή πραγματικών αλγορίθμων εύρεσης διαδρομής. Υπάρχουν πολλοί τρόποι να το κάνεις αυτό σε ένα τέτοιο γράφημα, αλλά η μέθοδος που περιγράφεται στην εξήγηση της λύσης μοιάζει πολύ με τον «δυναμικό προγραμματισμό» (dynamic programming). Αυτός είναι ένας τρόπος να λύνεις προβλήματα λύνοντας πρώτα τα μικρότερα κομμάτια τους και χρησιμοποιώντας αυτές τις απαντήσεις για να λύσεις τα μεγαλύτερα κομμάτια, μέχρι να χτιστεί η τελική απάντηση. Σε αυτή την περίπτωση, ξεκινάμε υπολογίζοντας τον χρόνο για τις πιο κοντινές στάσεις από την αρχή και προχωράμε σταδιακά μέχρι την πιο μακρινή στάση, τον προορισμό.

Αυτή η άσκηση ενισχύει την υπολογιστική σκέψη δίνοντας έμφαση στην ερμηνεία δεδομένων, τον αλγοριθμικό συλλογισμό και την αλληλουχία (sequencing). Περιλαμβάνει την ανάλυση οργανωμένων δεδομένων, όπως τα διαστήματα αναχώρησης των λεωφορείων, οι χρόνοι ταξιδιού και οι προϋποθέσεις για τις μετεπιβιβάσεις. Η αναγνώριση μοτίβων σε αυτά τα αριθμητικά δεδομένα, η παρακολούθηση πολλών συγχρονισμένων αλληλουχιών και ο καθορισμός των σωστών μεταβάσεων με βάση συγκεκριμένους κανόνες, είναι πολύ σημαντικά για να βρεθεί η σωστή λύση. Η σωστή επεξεργασία δεδομένων εξασφαλίζει ακρίβεια στη λήψη αποφάσεων. Η αλγοριθμική σκέψη είναι θεμελιώδης, καθώς για να λυθεί η άσκηση πρέπει να φτιαχτεί μια οργανωμένη σειρά από βήματα. Το να αναγνωρίζεις τα μοτίβα που επαναλαμβάνονται στις αναχωρήσεις των λεωφορείων, να εφαρμόζεις κανόνες για σωστές μετεπιβιβάσεις και να ελέγχεις με σύστημα τις πιθανές διαδρομές, δείχνει βασικές αλγοριθμικές αρχές. Αυτή η προσέγγιση συνδέεται στενά με εφαρμογές του πραγματικού κόσμου, όπως τα συστήματα δρομολογίων και οι αλγόριθμοι εύρεσης διαδρομής.

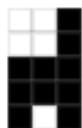
Αναπαράσταση αριθμών					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	-	Δύσκολο	Μέτριο
Ελβετία					

### Εκφώνηση:

Η Ελένη βاریέται στην τάξη και αρχίζει να χρωματίζει τετραγωνάκια στο χαρτί της για να σχηματίσει αριθμούς. Επινοεί έναν ιδιαίτερο τρόπο για να αναπαραστήσει τον αγαπημένο της διψήφιο αριθμό, το 42: από τις δύο απεικονίσεις των ψηφίων “4” και “2” στο 3 × 5 πλέγμα που φαίνεται παρακάτω, δημιουργεί ένα νέο πλέγμα όπου κάθε τετράγωνο είναι μαύρο αν και μόνον εάν ακριβώς ένα από τα δύο αντίστοιχα τετραγωνάκια στις εικόνες για τα ψηφία “4” και “2” είναι μαύρο:



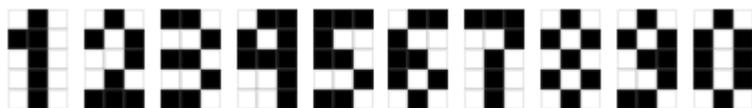
Η Ελένη χρησιμοποίησε την ίδια μέθοδο για να αναπαραστήσει έναν άλλο διψήφιο αριθμό:



### Ερώτηση:

Ποιον αριθμό αναπαράστησε η Ελένη, γνωρίζοντας ότι οι αρχικές εικόνες για τα ψηφία είναι οι ακόλουθες;

Αν υπάρχουν περισσότερες από μία σωστές απαντήσεις, δώστε μόνο μία από αυτές.



### Λύση:

Οι δύο σωστές απαντήσεις είναι το 26 και το 62. Ο συνδυασμός αυτών των δύο ψηφίων δίνει το ζητούμενο μοτίβο:



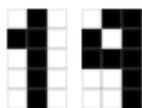
Σημείωση: συνδυάζοντας τα ψηφία με αντίστροφη σειρά θα καταλήξουμε πάλι στο ίδιο μοτίβο, αφού η μέθοδος που τα συνδυάζουμε είναι συμμετρική ως προς αυτά.

Για να λύσουμε την άσκηση, πρέπει να βρούμε τρόπους να ορίσουμε τα δύο σωστά ψηφία, αποφεύγοντας το να ελέγξουμε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς. Όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί είναι πάρα πολλοί: συνολικά 100, από το “00” έως και το “99”. Εφόσον συνήθως παραλείπουμε το πρώτο 0 στους μονοψήφιους αριθμούς (γράφουμε “7” και όχι “07”), αυτό μειώνει το πλήθος των συνδυασμών σε 90, ή ακόμα και 45 αν λάβουμε υπόψη την συμμετρία που αναφέραμε παραπάνω- ωστόσο ο αριθμός αυτός εξακολουθεί να είναι πολύ μεγάλος για να ελεγχθούν όλες οι περιπτώσεις εξαντλητικά.

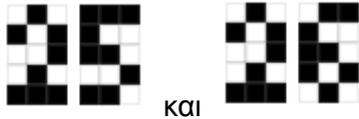
Το πρώτο πράγμα που πρέπει να συνειδητοποιήσουμε στην άσκηση είναι ότι η συνδυαστική μέθοδος που χρησιμοποιούμε αποδίδει ένα μαύρο pixel για μία δεδομένη θέση κάθε φορά που αυτό το pixel είναι διαφορετικό στα δύο αρχικά ψηφία. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι λαμβάνουμε ένα μαύρο pixel στο αποτέλεσμα κάθε φορά που έχουμε μόνο ένα μαύρο, αν δούμε τις αρχικές εικόνες. Αν εξετάσουμε ένα μόνο pixel, απαριθμώντας όλες τις πιθανές περιπτώσεις, λαμβάνουμε τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίας:

Pixel στην πρώτη εικόνα	Pixel στη δεύτερη εικόνα	Πλήθος μαύρων pixel	Pixel στην συνδυαστική εικόνα
■	■	0	■
■	■	1	■
■	■	1	■
■	■	2	■

Κάνοντας αυτή την συνειδητοποίηση, μπορούμε να απορρίψουμε εξ αρχής όλους τους αριθμούς που αποτελούνται από το ίδιο ψηφίο δύο φορές, όπως για παράδειγμα τους αριθμούς “22” ή “99”, εφόσον όλα τα αντίστοιχα pixel θα ήταν ίδια στα δύο ψηφία και αυτό αποδίδει μία εντελώς λευκή συνδυασμένη εικόνα. Ένας τρόπος να προσεγγίσουμε την υπόλοιπη αναζήτηση για τον σωστό συνδυασμό είναι να παρατηρήσουμε ότι η δεξιά στήλη της συνδυασμένης εικόνας είναι όλη μαύρη, υποδεικνύοντας ότι τα δύο αρχικά ψηφία πρέπει να έχουν όλα τα αντίστοιχα ψηφία τους διαφορετικά σε εκείνη την στήλη. Ένας προφανής συνδυασμός ψηφίων είναι το “1”-“4” όπου η τελευταία στήλη είναι όλη άδεια για το “1” και όλη γεμάτη για το “4”:



Δυστυχώς όμως, βλέποντας π.χ. τη δεύτερη ή την τελευταία γραμμή που προκύπτει απορρίπτουμε αυτό το ζεύγος αριθμών, αφού τώρα δεν ταιριάζει με την επιθυμητή συνδυασμένη εικόνα. Τα άλλα δύο λιγότερο προφανή ζεύγη αριθμών όπου όλα τα pixel είναι διαφορετικά στην τελευταία στήλη είναι τα “2”-“5” και “2”-“6”:



Παρατηρώντας τα υπόλοιπα ρίxel της συνδυασμένης εικόνας (για παράδειγμα, το πρώτο ρίxel στην πρώτη γραμμή) απορρίπτουμε το ζευγάρι αριθμών “2”–“5”. Απομένει λοιπόν το ζευγάρι “2”–“6”, το οποίο ταιριάζει με όλα τα ρίxel της συνδυασμένης εικόνας. Λαμβάνοντας υπόψη τη συμμετρία που αναφέραμε προηγουμένως, συμπεραίνουμε ότι τόσο το 26 όσο και το 62 είναι πιθανές απαντήσεις.

### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Εδώ είναι η μετάφραση των ενοτήτων που αφορούν την Υπολογιστική Σκέψη και την Πληροφορική, χρησιμοποιώντας απλό λεξιλόγιο και διατηρώντας τη μορφή παραγράφου:

Η κεντρική λειτουργία που χρησιμοποιείται για τη δημιουργία της συνδυασμένης εικόνας είναι στην πραγματικότητα η λογική πράξη «Αποκλειστικό Ή» (Exclusive-OR - XOR). Μια λογική (boolean) πράξη δουλεύει με τιμές τύπου σωστό/λάθος (αληθές/ψευδές, που ονομάζονται λογικές τιμές) και βγάζει ως αποτέλεσμα μια άλλη λογική τιμή. Παρακάτω βλέπεις τον πίνακα αληθείας της λογικής πράξης XOR, όπου το Z είναι το αποτέλεσμα: αν το A και το B είναι 0, το Z είναι 0. Αν το ένα είναι 1 και το άλλο 0, το Z είναι 1. Αν και τα δύο είναι 1, το Z είναι 0. Μπορείς να παρατηρήσεις την ομοιότητα με τον πίνακα αντιστοιχίας των εικονοστοιχείων (pixel) που δείξαμε παραπάνω, αν αντικαταστήσουμε τα 0 με άδεια τετράγωνα και τα 1 με μαύρα τετράγωνα. Άλλες λογικές πράξεις είναι το ΚΑΙ (AND) και το Ή (OR). Τέτοιες πράξεις χρησιμοποιούνται πάρα πολύ όταν φτιάχνουμε συστήματα υπολογιστών (hardware) με τη μορφή «λογικών πυλών». Αυτές οι πύλες είναι σαν μικρά δομικά στοιχεία που παίρνουν δύο σήματα (πληροφορίες) ως είσοδο και υπολογίζουν την έξοδο (το αποτέλεσμα) σύμφωνα με τους κανόνες του πίνακα αληθείας.

Στην κρυπτογραφία (όταν θέλουμε να κρύψουμε μυστικά μηνύματα), το XOR είναι πολύ σημαντικό σε κάποια συστήματα κρυπτογράφησης επειδή μπορεί να λειτουργήσει και αντίστροφα: αν κάνεις την ίδια πράξη XOR δύο φορές χρησιμοποιώντας το ίδιο «κλειδί», παίρνεις πίσω την αρχική σου πληροφορία. (Πράγματι, εδώ στην άσκηση, αν συνδυάσεις τη συνδυασμένη εικόνα με μία από τις εικόνες των δύο ψηφίων, θα πάρεις πίσω... την εικόνα του άλλου ψηφίου!). Αυτή η ιδιότητα κάνει το XOR πολύ χρήσιμο για να κρύβουμε (κωδικοποίηση) αλλά και να διαβάζουμε (αποκωδικοποίηση) δεδομένα. Το XOR χρησιμοποιείται επίσης πολύ συχνά σε τεχνικές που βρίσκουν και διορθώνουν λάθη (όπως τα checksums και το CRC). Αυτές οι τεχνικές βοηθούν τους υπολογιστές να καταλάβουν αν τα δεδομένα που στάλθηκαν είναι ακριβώς τα ίδια με αυτά που έφτασαν, ή αν χάλασε κάτι στη διαδρομή.

Ακολουθία τετραγώνων					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	-	Δύσκολο	Μέτριο
Πορτογαλία					

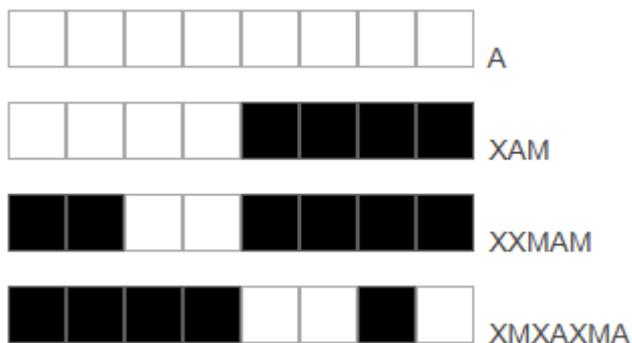
### Εκφώνηση:

Ο Θοδωρής παίζει ένα παιχνίδι με μία ακολουθία τετραγώνων, όπου το κάθε τετράγωνο είναι είτε μαύρο είτε άσπρο. Θέλει να κωδικοποιήσει την ακολουθία χρησιμοποιώντας τους ακόλουθους κανόνες:

- Αν όλα τα τετράγωνα στην ακολουθία είναι άσπρα, γράφει 'Α'
- Αν όλα τα τετράγωνα στην ακολουθία είναι μαύρα, γράφει 'Μ'
- Αν η ακολουθία αποτελείται και από μαύρα και από άσπρα τετράγωνα, γράφει 'Χ' και αμέσως μετά:
  - Το αποτέλεσμα των ίδιων κανόνων κωδικοποίησης στο αριστερό τμήμα της ακολουθίας, και
  - Το αποτέλεσμα των ίδιων κανόνων στο δεξί τμήμα της ακολουθίας.

Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται αναδρομικά, μέχρι να κωδικοποιηθεί ολόκληρη η ακολουθία.

Κάποια παραδείγματα του τρόπου με τον οποίο εφαρμόζεται η κωδικοποίηση σε μία ακολουθία 8 τετραγώνων είναι τα εξής:



### Ερώτηση:

Πώς θα μπορούσε να αναπαραστήσει ο Θοδωρής την παρακάτω ακολουθία τετραγώνων;



XXMAMXAXAM

XXXMAMXAXAM

XXXAMXAAXXMMXMA

XAMAXMMA

XXXAMAXMXMA

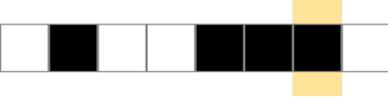
XXAMAXMXMA

**Λύση:**

Η σωστή απάντηση είναι: XXXAMAXMXMA

Μπορούμε να κατασκευάσουμε την σωστή απάντηση χαρακτήρα - χαρακτήρα όπως περιγράφεται παρακάτω:

1.		<p>X - Τα 8 τετράγωνα της ακολουθίας δεν έχουν όλα το ίδιο χρώμα, οπότε ξεκινάμε με ένα X</p>
2.		<p>XX - Το αριστερό μισό τμήμα δεν είναι όλο το ίδιο χρώμα, οπότε χρειαζόμαστε ένα X ακόμα</p>
3.		<p>XXX- Το αριστερό μισό του αριστερού τμήματος δεν είναι όλο το ίδιο χρώμα</p>
4.		<p>XXXA - Το πρώτο τετράγωνο του αριστερού μισού του αριστερού τμήματος είναι άσπρο</p>
5.		<p>XXXAM - Το δεύτερο τετράγωνο του αριστερού μισού του αριστερού τμήματος είναι μαύρο</p>
6.		<p>XXXAMA- Το δεξί μισο του αριστερού τμήματος είναι άσπρο</p>
7.		<p>XXXAMAX- Το δεξί τμήμα δεν είναι όλο το ίδιο χρώμα</p>
8.		<p>XXXAMAXM- Το αριστερό μισό του δεξιού τμήματος είναι μαύρο</p>
9.		<p>XXXAMAXMX- Το δεξί μισό του δεξιού μισού τμήματος δεν έχει όλο το ίδιο χρώμα</p>

10.		XXXAMAXMXM- Το πρώτο τετράγωνο του δεξιού μισού του δεξιού τμήματος είναι μαύρο
11.		XXXAMAXMXMA - Το δεύτερο τετράγωνο του δεξιού μισού του δεξιού τμήματος είναι άσπρο

### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Η άσκηση απαιτεί αφαίρεση, καθώς οι μαθητές/τριες πρέπει να εστιάσουν αποκλειστικά σε έναν κανόνα που μετατρέπει μία ακολουθία σε συμβολική μορφή. Εφαρμόζει την αποσύνθεση, αφού διασπούν την ακολουθία σε μικρότερα τμήματα και καλλιεργούν την αλγοριθμική σκέψη καθώς ακολουθούν μία καλά ορισμένη ακολουθία βημάτων για την κωδικοποίηση κάθε μισού της ακολουθίας.

Η άσκηση αυτή μοντελοποιεί έναν αναδρομικό αλγόριθμο - μία θεμελιώδη προγραμματιστική έννοια όπου μία συνάρτηση καλεί τον εαυτό της για να λύσει επιμέρους περιπτώσεις ενός προβλήματος. Παρουσιάζει επίσης μία συμβολική αναπαράσταση δεδομένων, όπου μία δυαδική ακολουθία συμπιέζεται σε συνοπτικό κώδικα. Αυτή η κωδικοποίηση μπορεί να θεωρηθεί ως ένας απλοποιημένος κώδικας προθέματος (prefix code) ο οποίος είναι αντιστρέψιμος όταν το μήκος της ακολουθίας είναι σταθερό, αποτυπώνοντας έτσι μία βασική μορφή συμπίεσης δεδομένων (data compression).

Γλάστρες λουλουδιών					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	-	-	Εύκολο
Γερμανία					

### Εκφώνηση:

Ένας κάστορας έχει μία σειρά από γλάστρες στην μπροστινή του πόρτα. Κάποιες από τις γλάστρες είναι άδειες και κάθε μία από τις υπόλοιπες έχει ένα λουλούδι. Σε μία από αυτές τις γλάστρες είναι κρυμμένο ένα κλειδί. Ο κάστορας δίνει οδηγίες στον φίλο του για να βρει το κλειδί:

«Αρχικά, κοίταξε όλες τις γλάστρες. Αν ο συνολικός αριθμός των λουλουδιών είναι ζυγός, τότε το κλειδί είναι κρυμμένο στο αριστερό μισό τμήμα των γλαστρών; αλλιώς είναι κρυμμένο στο δεξί μισό τμήμα. Τώρα, κοίταξε στις μισές γλάστρες που μπορεί να είναι κρυμμένο το κλειδί. Επανάλαβε αυτά τα βήματα μέχρι να βρεις μόνο μία γλάστρα. Εκεί θα είναι κρυμμένο το κλειδί.»

Για παράδειγμα, αν υπήρχαν τέσσερις γλάστρες όπως φαίνεται παρακάτω και το κλειδί ήταν κρυμμένο στη γλάστρα Β, τότε ο φίλος του θα έβρισκε το κλειδί με τον εξής τρόπο:

	<p>Θα κοιτούσε πρώτα τις γλάστρες Α, Β, C και D.</p> <p>Θα παρατηρούσε ότι υπάρχουν 2 λουλούδια και το 2 είναι ζυγός αριθμός.</p> <p>Θα διαπίστωνε ότι το κλειδί είναι κρυμμένο στο αριστερό μισό τμήμα: στις γλάστρες Α και Β.</p>
	<p>Έπειτα, θα κοιτούσε τις γλάστρες Α και Β.</p> <p>Θα παρατηρούσε ότι υπάρχει 1 λουλούδι και το 1 είναι μονός αριθμός.</p> <p>Θα συμπέρανε ότι το κλειδί είναι κρυμμένο στο δεξί μισό τμήμα: στη γλάστρα Β.</p>

### Ερώτηση:

Εάν υπάρχουν οκτώ γλάστρες και το κλειδί βρίσκεται στην γλάστρα C, σε ποιες γλάστρες πρέπει να υπάρχει λουλούδι;



Πάτησε πάνω σε αυτές τις γλάστρες.

Υπάρχει πάνω από μία σωστή απάντηση.



**Λύση:**

Αυτή είναι μία σωστή απάντηση:



Αυτή είναι μία άλλη σωστή απάντηση:



Υπάρχουν και πολλές ακόμα σωστές απαντήσεις. Μπορούμε να τις βρούμε ως εξής:

Όταν ο κάστορας ψάχνει για το κλειδί, πρώτα μετράει τα λουλούδια σε όλες τις γλάστρες. Για να βοηθήσουμε τον κάστορα να βρει το κλειδί στην γλάστρα C, πρέπει να τον κάνουμε να δει στο αριστερό μισό τμήμα των γλαστρών (γλάστρες A, B, C, και D). Για αυτό, πρέπει να υπάρχει ζυγός αριθμός λουλουδιών σε όλες τις γλάστρες (συνθήκη 1). Στις γλάστρες A, B, C, και D, πρέπει να υπάρχει μονός αριθμός λουλουδιών, ώστε ο κάστορας να δει στο δεξί μισό C και D (συνθήκη 2). Τέλος, πρέπει να υπάρχει ζυγός αριθμός από λουλούδια σε αυτές τις δύο γλάστρες, προκειμένου ο κάστορας να κοιτάξει στο αριστερό μισό τμήμα, στη γλάστρα C (συνθήκη 3). Κάθε σωστή απάντηση πρέπει να ικανοποιεί αυτές τις τρεις συνθήκες.

Η εύρεση της σωστής απάντησης είναι ευκολότερη όταν γίνεται αντίστροφα: Πρώτα, πρέπει να σιγουρευτούμε ότι ο αριθμός των λουλουδιών στις γλάστρες C και D είναι ζυγός (συνθήκη

3), δηλαδή ότι και οι δύο γλάστρες είναι άδειες ή και οι δύο γλάστρες έχουν λουλούδι. Δεύτερον, πρέπει να βεβαιωθούμε ότι ο αριθμός των λουλουδιών στις γλάστρες A, B, C, και D είναι μονός (συνθήκη 2). Εφόσον υπάρχει ήδη ζυγός αριθμός από λουλούδια στις γλάστρες C και D, ακριβώς μία από τις γλάστρες A ή B έχει λουλούδι. Τρίτον, πρέπει να σιγουρευτούμε ότι ο συνολικός αριθμός λουλουδιών είναι ζυγός (συνθήκη 1). Εφόσον υπάρχει ήδη μονός αριθμός από λουλούδια στο αριστερό μισό τμήμα των γλαστρών, πρέπει να φυτέψουμε μονό αριθμό λουλουδιών - είτε ακριβώς ένα είτε ακριβώς 3 - στις γλάστρες E, F, G, και H.

Ο παρακάτω πίνακας συνοψίζει όλες τις σωστές απαντήσεις. Η σωστή απάντηση υπολογίζεται κάνοντας μία επιλογή από κάθε μία από τις τρεις στήλες και επομένως μπορούν να υπάρχουν  $2 \times 2 \times 8 = 32$  σωστές απαντήσεις.



### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Ο κάστορας χρησιμοποιεί τα λουλούδια για να σημειώσει τη θέση που βρίσκεται το κλειδί. Πιο συγκεκριμένα, κωδικοποιεί τη θέση του κλειδιού σαν μια σειρά από γλάστρες που είτε έχουν λουλούδι είτε όχι. Οι φίλοι του αποκωδικοποιούν τη θέση από αυτή τη σειρά. Αυτός ο κώδικας είναι χρήσιμος μόνο επειδή κάθε σειρά δείχνει μία μόνο θέση – έτσι οι φίλοι του ξέρουν ακριβώς πού να ψάξουν για το κλειδί. Από την άλλη πλευρά, μια συγκεκριμένη θέση μπορεί να αναπαρασταθεί με πολλές διαφορετικές σειρές (όπως φάνηκε και στην εξήγηση της λύσης). Στην πραγματικότητα, τρεις γλάστρες είναι αρκετές για να έχουμε  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$  διαφορετικές σειρές, δηλαδή για να ξεχωρίσουμε οκτώ διαφορετικές θέσεις. Ο κάστορας απλά ήθελε να συμπεριλάβει και τις οκτώ γλάστρες στον κώδικά του. Στην πληροφορική, οι κώδικες είναι απαραίτητοι για να αναπαραστήσουμε δεδομένα σε μια μορφή που μπορούν να χειριστούν τα συστήματα του υπολογιστή (το υλικό/hardware), όπως για παράδειγμα για να στείλουμε ένα μήνυμα μέσω του διαδικτύου. Πολλοί κώδικες χρησιμοποιούν μεγαλύτερες σειρές (ακολουθίες) από ό,τι είναι απολύτως απαραίτητο, επειδή αυτά τα επιπλέον (πλεονάζοντα) μέρη της σειράς μπορούν να βοηθήσουν στον εντοπισμό ή ακόμα και στη διόρθωση λαθών, αν κάποια μέρη της σειράς αλλάξουν κατά λάθος, όπως για παράδειγμα οι λεγόμενοι «κώδικες Hamming» (Hamming codes).

Σε αυτή την άσκηση, πρέπει πρώτα να καταλάβεις πώς οι φίλοι του κάστορα αποκωδικοποιούν τη θέση του κλειδιού όταν βλέπουν ένα μοτίβο από γλάστρες με ή χωρίς λουλούδια. Αλλά για να βοηθήσουμε τον κάστορα να κωδικοποιήσει τη θέση του κλειδιού φυτεύοντας λουλούδια, είναι χρήσιμο να σκεφτούμε ανάποδα (αντίστροφα), όπως περιγράφεται και στην εξήγηση της λύσης. Η αντίστροφη σκέψη (reverse thinking) μπορεί συχνά να είναι μια χρήσιμη μέθοδος για να χτίσουμε τη λύση ενός μεγάλου προβλήματος με μικρά βήματα, και γι' αυτό ονομάζεται «προσέγγιση από κάτω προς τα πάνω» (bottom-up approach). Το αντίθετό της είναι η «προσέγγιση από πάνω προς τα κάτω» (top-down approach), όπου ξεκινάς από μια γενική (πρόχειρη) λύση για ολόκληρο το πρόβλημα και μετά προχωράς προς τα κάτω, μπαίνοντας σε λεπτομέρειες.

Κυνηγός θησαυρού					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	-	-	Δύσκολο
Γερμανία					

### Εκφώνηση:

Ο κάστορας Πέτρος βρίσκεται σε μία επικίνδυνη πυραμίδα γεμάτη με πολλούς διαδρόμους, ο καθένας από τους οποίους φιλοξενεί διάφορους θησαυρούς στο τέλος του.

Ανυπομονώντας να βρει τους θησαυρούς και να βγει γρήγορα από την πυραμίδα, ο Πέτρος συναντά μία ιδιαίτερη πρόκληση: κάθε διάδρομος εμποδίζεται από μία ή περισσότερες πέτρες (blocks) οι οποίες αρχικά είναι ακίνητες. Ωστόσο, όταν ο Πέτρος φτάνει στην είσοδο των διαδρόμων κάθε πέτρα ξεκινά να κινείται σύμφωνα με ένα συγκεκριμένο χρονικό μοτίβο. Για παράδειγμα, μία πέτρα με περίοδο 2 θα ανέβει μετά από 2 λεπτά, θα μείνει 2 λεπτά πάνω και θα κατέβει πάλι να εμποδίσει τον διάδρομο για άλλα 2 λεπτά. Ο κύκλος αυτός επαναλαμβάνεται.

Η παρακάτω εικόνα δείχνει έναν διάδρομο που εμποδίζεται από δύο πέτρες, σημειωμένες με Α και Β, με περιόδους 2 και 3 αντίστοιχα. Η εικόνα δείχνει την κατάσταση του διαδρόμου για τα 5 λεπτά αφότου έφτασε ο Πέτρος.

Θ	A : 2	B : 3
1		
2		
3		
4		
5		

Προκειμένου να φτάσει στον θησαυρό, ο Πέτρος πρέπει να περιμένει για 2 λεπτά για να περάσει από την πέτρα Α, και μετά να περιμένει άλλο ένα λεπτό για να περάσει την πέτρα Β. Μπορούμε να γράψουμε αυτή την ακολουθία ως εξής:

```
wait(2)           : περίμενε(2)
goto_block(A)    : πήγαινε_στο(A)
wait(1)          : περίμενε(1)
goto_treasure    : πήγαινε_στον_θησαυρό
```

Ο Πέτρος θα μπορούσε να φτάσει στον θησαυρό στον ίδιο χρόνο, με μία πιο σύντομη ακολουθία εντολών.

```
wait(3)           : περίμενε(3)
goto_treasure    : πήγαινε_στον_θησαυρό
```

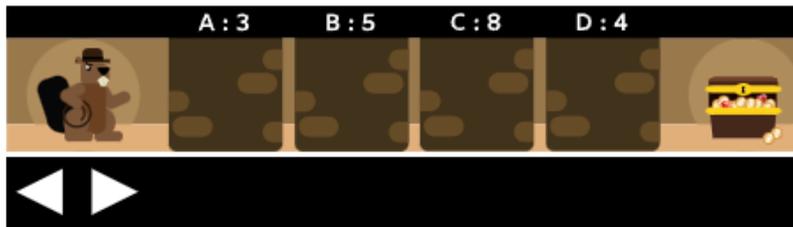
Ο επόμενος διάδρομος έχει τέσσερις πέτρες με περιόδους 3, 5, 8, και 4.

Ερώτηση:

Ποια είναι η μικρότερη ακολουθία από εντολές ώστε ο Πέτρος να φτάσει στον θησαυρό όσο το δυνατόν γρηγορότερα;

Σύνθεσε αυτή την ακολουθία οδηγιών.

Συμπλήρωσε τα κενά στις οδηγίες με τις σωστές τιμές.



Wait

Goto\_block

Goto\_treasure

Delete\_block

Κάτω από τον διάδρομο, μπορείτε να κάνετε κλικ στα κουμπιά μπροστά και πίσω για να προσομοιώσετε την κίνηση της πέτρας ανά λεπτό.

**Λύση:**

	<p>Παρατηρούμε την εικόνα που δείχνει τον τρόπο που ο Πέτρος μπορεί να κινηθεί στον διάδρομο. Προκειμένου να κινηθεί όσο πιο γρήγορα μπορεί, ο Πέτρος ακολουθεί την σειρά εντολών και φτάνει στον θησαυρό μετά από 12 λεπτά (πορτοκαλί γραμμή):</p>
	<pre>wait(3)      : περιμένε(3) goto_block(A) : πήγαινε_στο(A) wait(2)      : περιμένε(2) goto_block(B) : πήγαινε_στο(B) wait(3)      : περιμένε(3) goto_block(C) : πήγαινε_στο(C) wait(4)      : περιμένε(4) goto_treasure : πήγαινε_στον_θησαυρό</pre>
	<p>Μπορεί επίσης να ακολουθήσει λιγότερες εντολές, και να φτάσει στον θησαυρό επίσης σε 12 λεπτά (διακεκομμένη γραμμή):</p>
	<pre>wait(9)      : περιμένε(9) goto_block(C) : πήγαινε_στο(C) wait(3)      : περιμένε(3) goto_treasure : πήγαινε_στον_θησαυρό</pre>

Δεν υπάρχει τρόπος ώστε ο Πέτρος να ακολουθήσει λιγότερες εντολές χωρίς να χάσει επιπλέον χρόνο. Μπορεί να ακολουθήσει λιγότερες εντολές μόνο εάν διασχίσει τον διάδρομο μόνο με ένα πέρασμα. Η μόνη ευκαιρία για να το καταφέρει αυτό έρχεται μετά από 15 λεπτά. Μετά, μπορεί να φτάσει στον θησαυρό μόνο με δύο εντολές, αλλά μόνο μετά από 15 λεπτά, το οποίο δεν είναι το νωρίτερο δυνατό.

### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Η άσκηση αυτή εισάγει την έννοια των αλγορίθμων και προωθεί την αλληλεπίδραση των μαθητών/τριών με αυτούς, καθώς καλούνται να κατασκευάσουν μία ακριβή ακολουθία χρονικών ενεργειών χρησιμοποιώντας εντολές όπως περιμένε(n) και πήγαινε\_στο(X) για να φτάσουν αποτελεσματικά στον θησαυρό. Απαιτεί την ικανότητα της αξιολόγησης για την σύγκριση και βελτιστοποίηση διαφορετικών λύσεων με βάση τον συνολικό χρόνο και το πλήθος εντολών. Εφαρμόζει την αφαίρεση στην ερμηνεία των πετρών ως περιοδικών μηχανών που διαθέτουν μόνο τα απαραίτητα δεδομένα κατάστασης. Τέλος προωθεί την διαδικασία εντοπισμού και διόρθωσης σφαλμάτων μέσω μιας διαδραστικής προσομοίωσης, επιτρέποντας στους μαθητές/τριες να δοκιμάζουν, να αναθεωρούν και να βελτιώνουν τις μεθόδους τους με βάση συγκεκριμένα λάθη.

Η άσκηση μοντελοποιεί την ροή ελέγχου ενός προγράμματος, χρησιμοποιώντας συμβολικές εντολές που απλοποιούν τις διαδικασίες πραγματικού χρόνου. Μοιάζει με αλγόριθμους

προγραμματισμού και χρονισμού που χρησιμοποιούνται στην ρομποτική ή στα ενσωματωμένα συστήματα, όπου ο συγχρονισμός με τις περιβαλλοντικές συνθήκες είναι απαραίτητος. Το πρόβλημα ενσωματώνει την συμπεριφορά πεπερασμένων καταστάσεων και περιοδικών συναρτήσεων, και αναδεικνύει τεχνικές βελτιστοποίησης όπως ο δυναμικός προγραμματισμός, με στόχο την ελαχιστοποίηση του χρόνου αναμονής. Οι μαθητές/τριες κατανοούν πώς ο χρονισμός, οι μεταβολές της κατάστασης και οι κινήσεις υπό συνθήκη είναι απαραίτητες για τον σχεδιασμό αποδοτικών λύσεων.

Πέτρα ψαλίδι χαρτί					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	-	-	Δύσκολο
Βραζιλία					

### Εκφώνηση:

Η Άννα (Α), ο Βασίλης (Β), και ο Χρήστος (C) παίζουν ένα παιχνίδι. Κάθε παίκτης έχει τρεις κάρτες με εικόνες: πέτρα, ψαλίδι, και χαρτί. Στην αρχή του παιχνιδιού, διαλέγουν όλοι μία κάρτα και την αποκαλύπτουν ταυτόχρονα.

Οι κανόνες του παιχνιδιού είναι:

- η πέτρα νικάει το ψαλίδι
- το ψαλίδι νικάει το χαρτί
- το χαρτί νικάει την πέτρα



Μετά την πρώτη αποκάλυψη, ξεκινά η φάση ανταλλαγής για τους παίκτες.

- Η ανταλλαγή καρτών μεταξύ παικτών επιτρέπεται μόνο με αμοιβαία συμφωνία.
- Μία ανταλλαγή είναι η διαδικασία κατά την οποία δύο παίκτες ανταλλάσσουν μεταξύ τους ένα ζευγάρι καρτών.
- Οι παίκτες μπορούν να κάνουν περισσότερες από μία ανταλλαγές.

Μετά τις ανταλλαγές, τελειώνει το παιχνίδι. Ο νικητής προκύπτει από την τελική κατοχή, αφού ολοκληρωθούν όλες οι ανταλλαγές.

Ερώτηση:

Ο μοναδικός στόχος του Βασίλη είναι να νικήσει τον Χρήστο. Λαμβάνοντας υπόψη την αρχική αποκάλυψη στην εικόνα, ποια στρατηγική εγγυάται την επιτυχία του Βασίλη;

Αρκεί ο Βασίλης να πραγματοποιήσει μονό αριθμό ανταλλαγών με τον Χρήστο.

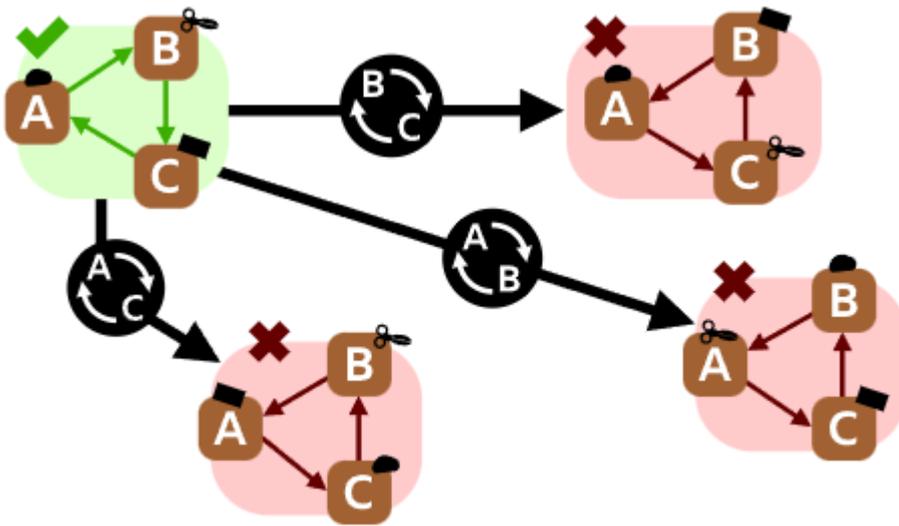
Ανεξάρτητα από τις πόσες ανταλλαγές κάνουν, ο Βασίλης δεν πρέπει να ανταλλάξει κάρτες με τον Χρήστο.

Ανεξάρτητα από τις πόσες ανταλλαγές κάνουν, ο Βασίλης πρέπει να ανταλλάξει κάρτες μόνο με τον Χρήστο.

Αρκεί ο Βασίλης να εξασφαλίσει ζυγό αριθμό ανταλλαγών, ανεξάρτητα από το ποιες ανταλλαγές θα πραγματοποιηθούν.

### Λύση:

Η σωστή απάντηση είναι : Αρκεί ο Βασίλης να εξασφαλίσει ζυγό αριθμό ανταλλαγών, ανεξάρτητα από το ποιες ανταλλαγές θα πραγματοποιηθούν.



Για να λύσουμε την άσκηση, πρέπει να παρατηρήσουμε ότι όταν πραγματοποιείται μία ανταλλαγή, ανεξάρτητα από το ποια κάρτα έχει κάθε παίκτης - όλες οι νίκες αντιστρέφονται.

Στην εικόνα, τα βέλη υποδεικνύουν το αποτέλεσμα κάθε γύρου. Επομένως, μετά από ζυγό αριθμό ανταλλαγών οι νίκες είναι ίδιες όπως στην αρχική κατάσταση. Αντίθετα, μετά από μονό αριθμό ανταλλαγών οι νίκες αντιστρέφονται από αυτές στην αρχική κατάσταση.

Εφόσον ο Βασίλης θέλει να νικήσει τον Χρήστο - πράγμα που κάνει στην αρχική κατάσταση - αρκεί απλά να εξασφαλίσει ότι ο συνολικός αριθμός των ανταλλαγών θα είναι ζυγός αριθμός.

### Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:

Η άσκηση προωθεί την αναγνώριση προτύπων καθώς ενθαρρύνει τους μαθητές/τριες να αναγνωρίσουν πώς ο αριθμός των ανταλλαγών επηρεάζει το αποτέλεσμα του παιχνιδιού. Δοκιμάζοντας συστηματικά διαφορετικά σενάρια, οι μαθητές/τριες μπορούν να ανιχνεύσουν το αμετάβλητο: ότι το ζυγό πλήθος ανταλλαγών διατηρεί την αρχική κατάσταση της νίκης. Χρησιμοποιούν λογικούς συλλογισμούς για να αποφανθούν την επίδραση των πράξεων με την πάροδο του χρόνου και να εξαγάγουν γενικά συμπεράσματα από τα παρατηρούμενα αποτελέσματα. Επίσης, καλλιεργούν την ικανότητα της αφαίρεσης, αφού αντί για

μεμονωμένες κινήσεις εστιάζουν στην άρτια ή περιττή φύση των ανταλλαγών, ως το βασικό χαρακτηριστικό που καθορίζει το αποτέλεσμα.

Η άσκηση αυτή μοντελοποιεί έννοιες όπως η αλλαγή κατάστασης και τα αμετάβλητα χαρακτηριστικά του συστήματος, οι οποίες είναι θεμελιώδεις στον σχεδιασμό αλγορίθμων και την τυπική επαλήθευση (formal verification). Η ανταλλαγή καρτών μεταξύ των παικτών προσομοιώνει μετασχηματισμούς σε ένα σύστημα, όπου ο στόχος είναι να διατηρηθεί ή να αναστραφεί μία συνθήκη ανάλογα με το αν οι μετασχηματισμοί αυτοί έχουν άρτιο ή περιττό πλήθος. Το πρόβλημα αντικατοπτρίζει τις αρχές της αριθμητικής υπολοίπου (modular arithmetic) και της συμμετρίας σε δομές δεδομένων, οι οποίες συναντώνται συχνά στον σχεδιασμό αλγορίθμων που βασίζονται σε προβλέψιμες αλλαγές κατάστασης. Η κατανόηση του τρόπου με τον οποίο τα αποτελέσματα μπορούν να παραμένουν αμετάβλητα παρά τις επιφανειακές αλλαγές είναι καθοριστική για την ορθότητα των προγραμμάτων και την θεωρία παιγνίων.

Πρόληψη πλημμύρας					
Α'-Β' Δημ.	Γ'-Δ' Δημ.	Ε'-ΣΤ' Δημ.	Α'-Β' Γυμν.	Γ' Γυμν.-Α' Λυκ.	Β'-Γ' Λυκ.
-	-	-	-	-	Δύσκολο
Νέα Ζηλανδία					

### Εκφώνηση:

Η πόλη των καστόρων έχει 7 λίμνες που μαζεύουν το νερό της βροχής. Κατά την διάρκεια έντονων βροχοπτώσεων, οι λίμνες αυτές γεμίζουν ραγδαία με αποτέλεσμα να υπάρχει κίνδυνος υπερχείλισης, το οποίο θα μπορούσε να προκαλέσει σοβαρές πλημμύρες στην περιοχή.

Για να αποτραπεί αυτό, οι κάστορες σχεδιάζουν να κατασκευάσουν ένα νέο σύστημα σωληνώσεων που θα συνδέει και τις 7 λίμνες με την κύρια δεξαμενή της πόλης. Ο στόχος είναι να διασφαλίσουν ότι το νερό από κάθε λίμνη μπορεί να ρέει με ασφάλεια στη δεξαμενή ακόμα και κατά την διάρκεια έντονων βροχοπτώσεων.

Οι μηχανικοί έχουν εντοπίσει πιθανές διαδρομές σωλήνων μεταξύ ζευγών από λίμνες (και μεταξύ των λιμνών και της δεξαμενής). Κάθε προτεινόμενος σωλήνας έχει συγκεκριμένη χωρητικότητα, που είναι η ποσότητα νερού που μπορεί να μεταφέρει ανά ώρα, καθώς και ένα κόστος, το οποίο υπολογίζεται ως: 1 εκατομμύριο ευρώ επί τη χωρητικότητά του.

Για να ελαχιστοποιηθεί το κόστος της κατασκευής, οι κάστορες θέλουν να χτίσουν ένα σύστημα από σωλήνες, το οποίο:

Συνδέει και τις 7 λίμνες με την κύρια δεξαμενή, είτε άμεσα είτε έμμεσα,  
 Επιτρέπει στο σύστημα να διαχειρίζεται την αναμενόμενη ροή νερού κατά την διάρκεια έντονης βροχόπτωσης, και  
 Ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος κατασκευής.

Ο στόχος της άσκησης είναι να προσδιορίσεις τον πιο οικονομικά αποδοτικό τρόπο κατασκευής αυτών των σωλήνων, έτσι ώστε όλες οι λίμνες να συνδέονται με ασφαλή τρόπο στη δεξαμενή και να μπορούν να διοχετεύουν αρκετό νερό σε αυτή για να αποτρέπονται οι πλημμύρες κατά την διάρκεια έντονων βροχοπτώσεων.

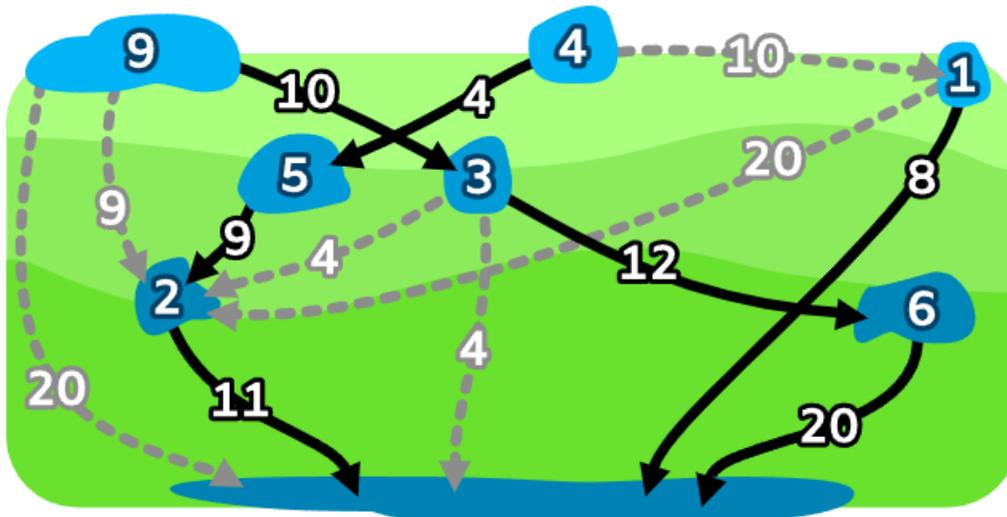


Ερώτηση:

Ποιο είναι το ελάχιστο συνολικό κόστος για να κατασκευαστεί ένα σύστημα σωλήνων που εγγυάται ότι όλες οι λίμνες μπορούν να διοχετεύουν νερό με ασφαλή τρόπο στη δεξαμενή κατά την διάρκεια έντονων βροχοπτώσεων;

Λύση:

Το συνολικό κόστος είναι 74.



Εφόσον δεν υπάρχουν ήδη σωλήνες, πρέπει να κατασκευάσουμε ένα σύστημα σωλήνων από την αρχή, το οποίο εγγυάται ότι και οι 7 λίμνες μπορούν να διοχετεύουν το νερό από τις βροχές στην δεξαμενή, χωρίς καθόλου πλημμύρες. Η ποσότητα του νερού που πρέπει να αποστραγγιστεί από κάθε λίμνη είναι σωστό, και κάθε προτεινόμενος σωλήνας έχει περιορισμένη χωρητικότητα και αντίστοιχο κόστος (κόστος = 1 εκατομμύριο € x χωρητικότητα). Αυτό είναι ουσιαστικά ένα πρόβλημα ροής δικτύου.

Αρχικά παρατηρούμε ότι οι κόμβοι - λίμνες 2, 5 και 6 έχουν μόνο μία νέα σύνδεση προς τα κάτω οπότε αυτές πρέπει να συμπεριληφθούν με κόστος  $11 + 9 + 20 = 40$ .

Έπειτα, ο κόμβος 1 έχει δύο επιλογές. Εάν ο κόμβος - λίμνη 1 διοχετεύσει νερό στον 2, αυτό θα αποτρέψει τον κόμβο 4 να πάει στον κόμβο 5 ( $4+5+1+2$  is 12 το οποίο είναι  $> 11$  - χωρητικότητα του κόμβου 2 στη δεξαμενή). Αυτό σημαίνει ότι ο κόμβος 4 θα πρέπει να πάει στον κόμβο 1, δίνοντας ένα συνολικό κόστος  $20 (1 \rightarrow 2) + 10 (4 \rightarrow 1)$ . Αν όμως ο κόμβος 1 πάει απευθείας στην δεξαμενή επιτρέπει στον κόμβο 4 να πάει στον κόμβο 5. Το συνολικό κόστος αυτού είναι  $8 (1 \rightarrow \text{δεξαμενή}) + 4 (4 \rightarrow 5) = 12$ , το οποίο είναι λιγότερο από την άλλη επιλογή.

Τέλος, οι κόμβοι 9 και 3 μπορούν να πάνε απευθείας στην δεξαμενή με κόστος  $20 + 4 = 24$ . Μπορούν επίσης να πάνε από κόμβο 9  $\rightarrow$  κόμβο 3, να συνδυάσουν την ροή στο 12 και να πάνε μέσω του κόμβου 6, εφόσον  $12 + 6$  είναι μικρότερο από την χωρητικότητα 20. Αυτή η διαδρομή κοστίζει  $10 + 12 = 22$ , το οποίο είναι λιγότερο, οπότε αυτή είναι η ιδανική διαδρομή.

Το συνολικό κόστος είναι  $40 + 12 + 22 = 74$ .

### **Υπολογιστική Σκέψη / Επιστήμη των Υπολογιστών:**

Οι λιμνούλες και οι συνδέσεις τους μπορούν να αναπαρασταθούν σαν ένα γράφημα με αρχικούς κόμβους (σημεία) και ακμές (γραμμές) που έχουν κάποιο «βάρος», όπως για παράδειγμα το κόστος. Θα μπορούσαν επίσης να αναπαραριστούν την ταχύτητα (εύρος ζώνης) ενός δικτύου και τη ροή των πληροφοριών μέσα σε ένα περιβάλλον υπολογιστών, όπως είναι το διαδίκτυο ή τα δίκτυα κινητής τηλεφωνίας. Η εύρεση της μέγιστης ροής με το μικρότερο δυνατό κόστος είναι ένα κλασικό πρόβλημα «βελτιστοποίησης με περιορισμούς», το οποίο συνήθως λύνεται με αλγορίθμους που ελέγχουν και διασχίζουν γραφήματα. Για να αποφύγουμε την εξαντλητική δοκιμή όλων των πιθανών συνδυασμών (κάτι που απαιτεί πολύ χρόνο), οι περισσότεροι από αυτούς τους αλγορίθμους ξεκινούν με μια λύση που ίσως να μην είναι η τέλεια, αλλά βρίσκεται εύκολα. Έπειτα, προσπαθούν να τη βελτιώσουν βήμα-βήμα (επαναληπτικά) μέχρι να φτάσουν στην καλύτερη δυνατή λύση.

Στη λύση αυτής της άσκησης, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα «ελάχιστο δέντρο επικάλυψης» (minimum spanning tree) σαν πρώτο βήμα. Τέτοια δέντρα είναι πολύ χρήσιμα για να απλοποιούμε προβλήματα γραφημάτων που εξετάζουν το πώς συνδέονται τα διάφορα σημεία μεταξύ τους. Εδώ χρειάζεται η «αφαίρεση» (abstraction) για να μικρύνουμε το πρόβλημα και να φτιάξουμε ένα πιο απλό γράφημα, αφαιρώντας πρώτα τις παλιές συνδέσεις. Χρησιμοποιούμε επίσης την επανάληψη για να χτίσουμε μια αρχική, μερική λύση που περιλαμβάνει μερικά μόνο σημεία και συνδέσεις, και τη μεγαλώνουμε σταδιακά μέχρι την τελική λύση. Βοηθάει πολύ να εφαρμόσουμε αλγορίθμους περιήγησης γραφημάτων, και ειδικά αλγορίθμους «ροής δικτύου» (network flow), όπου ξεκινάμε από το τέλος (δηλαδή τη δεξαμενή) και πηγαίνουμε προς τα πίσω διασχίζοντας το γράφημα μέσα από τους σωλήνες με τη μικρότερη χωρητικότητα. Τέλος, η βελτιστοποίηση και η χρήση περιορισμών απαιτούν λογική σκέψη.